# Schulstunde

## Wie berechnet man Logarithmen ?

**Datei Nr. 12812**

Stand 3. März 2023

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK UND STUDIUM

www.mathe-cd.de

# Willkommen zur Schulstunde,

# in der ich zeige, wie man Logarithmen berechnen kann.

Dieser Text führt dich in kleinen Schritten in die Welt der Logarithmen. Aber er hat eine Besonderheit:

Du kannst ihn nicht lesen, wie einen normalen Text, denn er besteht aus 12 kleinen Abschnitten, die durchnummeriert sind, und die man der Reihe nach durcharbeiten muss.

Aber lesen alleine reicht nicht aus, denn es gibt viele kleine Aufgaben, die du dabei schriftlich lösen musst. Das ist ganz wichtig. Denn wenn du nur Abschnitt für Abschnitt durchliest, ist der Lerneffekt nicht groß. Hier sollst du mitdenken, selbst rechnen und dann umblättern und die Lösung vergleichen. Das ist ein erprobtes System und heißt ***programmiertes Lernen***.

Und so geht das: Lege Papier **und Schreibzeug** bereit und starte durch.

Du beginnst mit Abschnitt 1 und liest ihn durch. Am Ende steht eine kleine Aufgabe, die du bitte schriftlich löst. Nur mitdenken hat den Nachteil, dass man auch diverse Schreibweisen lernen und üben muss. Ob deine Schreibweise richtig ist, erkennst du erste, wenn du die Lösung aufschreibst und anschließend mit meiner Lösung vergleichst.

Schreibe die Nummer des Abschnitts dazu, damit du später das wieder findest, was du aufgeschrieben hast.

Wenn du fertig bist oder nicht weiterkommst, blättere (auf deinem Bildschirm) auf die nächste Seite zu Abschnitt 2. Dort steht zuerst die Lösung der kleinen Aufgabe, die du hoffentlich gerechnet hast. Vergleiche und lies weiter.

Das geht so bis zum letzten Abschnitt 12

***Und nun geht es los !***

***Viel Erfolg!***

Der Text bekommt eine Fortsetzung, in dem du die Logarithmusregeln kennen lernst und auch, wie man kompliziertere Logarithmus-Gleichungen lösen kann.

$\boxed{1}$ Erinnerst du dich: Die Rechnung $2^3 = 8$ nennt man **Potenzieren**.

Die Rechenvorschrift für Potenzieren lautet: $\boxed{2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2}$

Die Hochzahl 3 hat zwei interessante Namen. Das solltest du dir merken:

**Die <u>Hochzahl</u> 3 nennt man einerseits den <u>Exponenten von 2</u>**

**Die <u>Hochzahl</u> 3 nennt man andererseits den <u>Logarithmus von 8</u>.**

Man muss das genau checken:

Exponent der Basis

Logarithmus vom Ergebnis

$$2^3 = 8 \qquad (1)$$

***Dazu gibt es diese Schreibweise:***

$$3 = \log_2 8 \qquad (2)$$

***Gelesen:*** ***„3 ist der Logarithmus von 8 zur Basis 2.“***

Beide Schreibweisen besagen dasselbe. Die Schreibweise 1 verwendet man eher zum Berechnen der Potenz, Schreibweise (2) liefert die Information, dass man den Exponenten (Logarithmus) 3 benötigt, wenn man 8 als Potenz von 2 darstellen soll.

Versuche das nun selbst: Berechne und verwende die Log-Schreibweise:

$2^5 = \boxed{\phantom{00}}$, $5^2 = \boxed{\phantom{00}}$, $3^4 = \boxed{\phantom{00}}$ $\Rightarrow \boxed{2}$

---

$\boxed{7}$ **Lösung:**

a) $x = \log_2 32$ bedeutet $32 = 2^x$. Da $2^5 = 32$ ist, folgt $\log_2 32 = 5$.

Man kann dies auch so schreiben: $\log_2\left(2^5\right) = 5$

*Merke:* *Das heißt: 5 ist der Exponent, den die Basis 2 für das Ergebnis 32 braucht.*

b) $x = \log_{16} 4$ bedeutet $4 = 16^x$. Da $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$ ist, folgt $\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$

Man kann dies auch so schreiben: $\log_{16}\left(16^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$

*Merke:* *Das heißt: $\frac{1}{2}$ ist der Exponent, den die Basis 16 für das Ergebnis 4 braucht.*

c) $x = \log_3 \frac{1}{9}$ bedeutet $\frac{1}{9} = 3^x$. Da $\frac{1}{9} = 3^{-2}$ ist, folgt $\log_3 \frac{1}{9} = -2$

Man kann dies auch so schreiben: $\log_3\left(3^{-2}\right) = -2$

*Merke:* *Das heißt: -2 ist der Exponent, den die Basis 3 für das Ergebnis $\frac{1}{9}$ braucht.*

*Ist dir das aufgefallen:* $\log_a\left(a^b\right) = b$ *?*

**Aufgabe:** Berechne auf dieselbe Weise diese Logarithmen:

d) $\log_5 625$ e) $\log_{25} 5$ f) $\log_2 \frac{1}{16}$ g) $\log_5 \sqrt[3]{5}$

$\boxed{2}$ Hier meine Lösungen der Potenzierungs-Aufgabe:

$2^5 = \boxed{32}$, d. h. es ist $5 = \log_2 32$

$5^2 = \boxed{25}$, d. h. es ist $2 = \log_5 25$

$3^4 = \underbrace{3 \cdot 3}_{9} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{9} = \boxed{81}$, d. h. es ist $4 = \log_3 81$

Nun drehen wir die Aufgabenstellung um. Berechne $\log_2 8$.

Nennt man das Ergebnis zunächst x, dann wird diese Aufgabe zur Gleichung $\boxed{x = \log_2 8}$.

Diese schreibt man um in eine Potenzgleichung (Exponentialgleichung): $\boxed{2^x = 8}$

Wenn man Potenzen im Kopf hat, etwa $2^3 = 8$, dann weiß man jetzt die Lösung: x = 3,

oder so aufgeschrieben: $\boxed{\log_2 8 = 3}$

Studiere diese Methode genau und berechne auf dieselbe Weise a) $\log_4 64$ und b) $\log_5 125$.

---

$\boxed{8}$ **Lösung:**

d) $\log_5 625 = x \Leftrightarrow 5^x = 625$ Wegen $5^4 = \underbrace{5 \cdot 5}_{25} \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_{25} = 625$ ist $x = \log_5 625 = 4$

e) $\log_{25} 5 = x \Leftrightarrow 25^x = 5$ Wegen $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}} = 5$ ist $x = \log_{25} 5 = \frac{1}{2}$

f) $\log_2 \frac{1}{16} = x \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{16}$ Wegen $2^4 = 16$ folgt $2^{-4} = \frac{1}{16}$ und $x = \log_2 \frac{1}{16} = -4$

g) $\log_5 \sqrt[3]{5} = x \Leftrightarrow 5^x = \sqrt[3]{5}$ Wegen $\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$ folgt $x = \log_5 \sqrt[3]{5} = \frac{1}{3}$

***Nun wollen wir Logarithmen berechnen, die eine Problematik aufweisen:***

Die Aufgabe $x = \log_8 4$ bedeutet $\boxed{4 = 8^x}$. Das ist nun schwer, denn 4 ist keine ganzzahlige Potenz von 8. Es gibt hier jedoch eine einfache Methode:

**Man muss 4 und 8 zuerst auf die gemeinsame Basis 2 umrechnen.** $\boxed{4 = 2^2}$ und $\boxed{8 = 2^3}$

Also kann man die Gleichung $\boxed{4 = 8^x}$ umschreiben in $2^2 = \left(2^3\right)^x \Leftrightarrow \boxed{2^2 = 2^{3x}}$ !!!

Dabei gilt die Regel $\left(2^3\right)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$, d. h. allgemein gilt $\boxed{\left(b^m\right)^n = b^{m \cdot n}}$

Wir löst man nun die Gleichung $\boxed{2^2 = 2^{3x}}$? Dazu muss man wissen:

**Potenzen mit der gleichen Basis sind gleich groß, wenn auch die Exponenten gleich sind.**

Also vergleicht man die Exponenten. Aus $3x = 2$ folgt $x = \frac{2}{3}$. Hier nun die ganze Lösung am Stück:

$$x = \log_8 4 \Leftrightarrow 4 = 8^x \Leftrightarrow 2^2 = 2^{3x} \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_8 4 = \frac{2}{3}}$$

## Aufgabe: Löse genauso!

a) $\log_9 27$ b) $\log_4 32$ c) $\log_{32} 4$ d) $\log_{100} 1000$.

Weiter zu $\Rightarrow \boxed{9}$

$\boxed{3}$ Ganz ausführliche Berechnung:

a) $x = \log_4 64 \Leftrightarrow 64 = 4^x$. Wegen $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ folgt $\log_4 64 = 3$

b) $x = \log_5 125 \Leftrightarrow 125 = 5^x$ Wegen $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ folgt $\log_5 125 = 3$

Für die nächsten Berechnungen muss ich an drei Festsetzungen erinnern (oder informieren):

Man muss sich merken:

> Jede Zahl hoch 0 ergibt 1.
> Eine Zahl hoch -1 ergibt ihren Kehrwert.
> Eine Zahl hoch $\frac{1}{2}$ ergibt ihre Quadratwurzel.

Diese Festlegungen erkläre ich später.

Beispiele: $3^0 = 1$, $12^0 = 1$, $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$, $a^0 = 1$ usw.

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ $3^{-1} = \frac{1}{3}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{1} = 4$ usw.

$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$, $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ usw.

**Kannst du damit diese Potenzen berechnen?**

a) $25^{\frac{1}{2}}$ b) $0{,}5^{-1}$ c) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$ d) $\frac{1}{36^{\frac{1}{2}}}$ e) $\sqrt{5}^{\,0}$

---

$\boxed{9}$ Hier diese schwierigen Lösungen:

a) $\log_9 27 = x \Leftrightarrow 27 = 9^x$ Gemeinsame Basis ist 3: $27 = \mathbf{3}^3$ und $9 = \mathbf{3}^2$

Also lautet die Gleichung $3^3 = \left(3^2\right)^x \Leftrightarrow 3^3 = 3^{2x} \Leftrightarrow \mathbf{2x = 3} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_9 27 = \frac{3}{2}}$

Lösung am Stück: $\log_9 27 = x \Leftrightarrow 27 = 9^x \Leftrightarrow 3^3 = 3^{2x} \Leftrightarrow \mathbf{2x = 3} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_9 27 = \frac{3}{2}}$

b) $\log_4 32 = x \Leftrightarrow 32 = 4^x$ Gemeinsame Basis ist 2: $32 = \mathbf{2}^5$ und $4 = \mathbf{2}^2$

Also lautet die Gleichung $2^5 = \left(2^2\right)^x = 2^{2x} \Leftrightarrow \mathbf{2x = 5} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_4 32 = \frac{5}{2} = 2{,}5}$

Lösung am Stück: $\log_4 32 = x \Leftrightarrow 32 = 4^x \Leftrightarrow 2^5 = 2^{2x} \Leftrightarrow \mathbf{2x = 5} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_4 32 = \frac{5}{2} = 2{,}5}$

c) $\log_{32} 4 = x \Leftrightarrow 4 = 32^x$ Gemeinsame Basis ist 2:

Lösung am Stück: $\log_{32} 4 = x \Leftrightarrow 4 = 32^x \Leftrightarrow 2^2 = 2^{5x} \Leftrightarrow \mathbf{5x = 2} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{32} 4 = \frac{2}{5} = 0{,}4}$

d) $\log_{100} 1000 = x \Leftrightarrow 1000 = 100^x$ Gemeinsame Basis ist 10:

$\log_{100} 1000 = x \Leftrightarrow 1000 = 100^x \Leftrightarrow 10^3 = 10^{2x} \Leftrightarrow \mathbf{2x = 3} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{100} 1000 = \frac{3}{2} = 1{,}5}$

Nun verwende ich Brüche als Basis. Damit wird das Rechnen etwas schwerer.
Die Methode ist dieselbe: Verwende eine gemeinsame Basis! Versuche es zunächst selbst!

***Beispiel***: $\log_{\frac{1}{2}} 4 = x \Leftrightarrow 4 = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^2 = \left(2^{-1}\right)^x \Leftrightarrow 2^2 = 2^{-x} \Leftrightarrow \mathbf{-x = 2} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2}$

**Aufgabe:** a) $\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5}$ b) $\log_{\frac{1}{3}} 27$ c) $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{4}$ d) $\log_{\frac{1}{9}} 27$

$\boxed{4}$

a) $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$ b) $0{,}5^{-1} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{-1} = \tfrac{2}{1} = 2$

c) $\left(\tfrac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\tfrac{1}{9}} = \tfrac{1}{3}$ d) $\dfrac{1}{36^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{36}} = \dfrac{1}{6}$ e) $\sqrt{5}^{\,0} = 1$

Da Logarithmen Zahlen sind, die mit Potenzen zu tun haben, muss man auch die Potenzregeln beherrschen. Daher schauen wir uns folgende Potenzregel an:

$$\left(2^4\right)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{12}$$

andererseits ist $\left(2^4\right)^3 = 2^{4\cdot 3} = 2^{12}$

Es gilt die Regel: $\boxed{(a^b)^c = a^{b\cdot c}}$ (*)

**Anwendungsbeispiele:**

a) Was ist $2^{-3}$ ??

Nach Regel (*) ist $2^{-3} = \left(2^3\right)^{-1}$ d. h. der Kehrwert von $2^3$: $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

b) Was ist $4^{\frac{3}{2}}$ ?? Nach Regel (*) ist $4^{\frac{3}{2}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3 = \sqrt{4}^{\,3} = 2^3 = 8$

Versuche selbst: c) $5^{-2} = ?$ d) $\left(\tfrac{1}{3}\right)^{-3}$ e) $\sqrt{2}^{\,-4}$ $\Rightarrow \boxed{5}$

---

$\boxed{10}$ **Lösung:**

a) $\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5} = x \Leftrightarrow \sqrt{5} = \left(\tfrac{1}{5}\right)^x \Leftrightarrow 5^{\frac{1}{2}} = 5^{-x} \Leftrightarrow \overbrace{\mathbf{-x = \tfrac{1}{2}}}^{\text{Exponentenvergleich}} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5} = -\tfrac{1}{2}}$

Hier musst du wissen: $5^{-1} = \tfrac{1}{5}$ also $\left(\tfrac{1}{5}\right)^x = \left(5^{-1}\right)^x = 5^{-x}$ und $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$.

b) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = x \Leftrightarrow 27 = \left(\tfrac{1}{3}\right)^x \Leftrightarrow 3^3 = 3^{-x} \Leftrightarrow \mathbf{-x = 3} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\frac{1}{3}} 27 = -3}$

c) $\log_{\frac{1}{8}} \tfrac{1}{4} = x \Leftrightarrow \tfrac{1}{4} = \left(\tfrac{1}{8}\right)^x \Leftrightarrow 2^{-2} = 2^{-3x} \Leftrightarrow -3x = -2 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\frac{1}{8}} \tfrac{1}{4} = \tfrac{2}{3}}$

d) $\log_{\frac{1}{9}} 27 = x \Leftrightarrow 27 = \left(\tfrac{1}{9}\right)^x \Leftrightarrow 3^3 = 3^{-2x} \Leftrightarrow -2x = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\frac{1}{9}} 27 = -\tfrac{3}{2}}$

***Für die Interessierten verwende ich jetzt Wurzeln als Basen. Beispiele:***

e) $\log_{\sqrt{2}} 8 = x \Leftrightarrow 8 = \sqrt{2}^{\,x} \Leftrightarrow 2^3 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x = 2^{\frac{1}{2}x} \Leftrightarrow \mathbf{\tfrac{1}{2}x = 3} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\sqrt{2}} 8 = 6}$

f) $\log_{\sqrt{27}} \sqrt{3} = x \Leftrightarrow \sqrt{3} = \sqrt{27}^{\,x} \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3^3}^{\,x} \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}x} \Leftrightarrow \mathbf{\tfrac{3}{2}x = \tfrac{1}{2}} \Leftrightarrow \boxed{x = 3 = \log_{\sqrt{27}} \sqrt{3}}$

Wozu man dies braucht? Eigentlich gar nicht ☹. Wir üben hier auf hohem Niveau! Wenn man diese Aufgaben beherrscht, dann kann man sicher mit Logarithmen umgehen und wird sicher im Umgang mit Potenzen. Hast du Lust auf diese **Aufgaben**?

g) $\log_{\sqrt{2}} \tfrac{1}{8}$ h) $\log_{\sqrt{10}} \tfrac{1}{100}$ $\Rightarrow \boxed{11}$

$\boxed{5}$ Potenzregeln üben:

c) $5^{-2} = \left(5^2\right)^{-1} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

e) $\sqrt{2}^{-4} = \left(\sqrt{2}^4\right)^{-1} = \big(\underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_{=2 \cdot 2 = 4}\big)^{-1} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$

Nun wollen wir wieder Logarithmen berechnen:

**Aufgabe:** Finde die Exponenten und schreibe die passende Logarithmusgleichung dazu auf.

$5^x = 25$, $3^x = 81$, $12^x = 1$, $4^x = \frac{1}{4}$ und $4^x = 2$

Wenn du fertig bist, vergleiche deine Lösung mit meiner im Abschnitt $\Rightarrow \boxed{6}$

---

$\boxed{11}$ So, das war nun wirklich nichts für schwache Nerven. Vielleicht du es dennoch geschafft:

g) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{8} = \sqrt{2}^x$ Jetzt umschreiben in Potenzen der Basis 2:

$8 = 2^3$, also $\frac{1}{8} = 2^{-3}$ und $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ also $\sqrt{2}^x = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x = 2^{\frac{1}{2}x}$. Damit heißt die Aufgabe:

$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{8} = \sqrt{2}^x \quad \Leftrightarrow \quad 2^{-3} = 2^{\frac{1}{2}x}$.

Man vergleicht die Exponenten und erhält: $\frac{1}{2}x = -3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = -6}$

h) $\log_{\sqrt{10}} \frac{1}{100} = x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{100} = \sqrt{10}^x \quad \Leftrightarrow \quad 10^{-2} = 10^{\frac{1}{2}x} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{\frac{1}{2}x = -2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x = \log_{\sqrt{10}} \frac{1}{100} = -4}$

Irgendwer wollte das noch steigern. Warst du das?

Dann berechne i) $\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3}$ k) $\log_{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{32}}$. $\Rightarrow \boxed{12}$

**6** Hier meine Lösungen:

$5^x = 25$ führt zu $x = 2$, denn $5^2 = 25$. Also ist $\boxed{\log_5 25 = 2}$

(2 ist also der Logarithmus von 25 zur Basis 5, und der Exponent der Basis 5)

$3^x = 81$ führt zu $x = 4$, denn $3^4 = 81$. Also ist $\boxed{\log_3 81 = 4}$

(4 ist also der Logarithmus von 81 zur Basis 3, und der Exponent der Basis 3)

$12^x = 1$ führt zu $x = 0$, denn $12^0 = 1$. Also Ist $\boxed{\log_{12} 1 = 0}$

(0 ist also der Logarithmus von 1 zur Basis 12, und der Exponent der Basis 12)

$4^x = \frac{1}{4}$ führt zu $x = -1$, denn $4^{-1} = \frac{1}{4}$. Also ist $\boxed{\log_4 \frac{1}{4} = -1}$

(-1 ist also der Logarithmus von $\frac{1}{4}$ zur Basis 4, und der Exponent der Basis 4)

$4^x = 2$ führt zu $x = \frac{1}{2}$, denn $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$. Also ist $\boxed{\log_4 2 = \frac{1}{2}}$

($\frac{1}{2}$ ist also der Logarithmus von 2 zur Basis 4, und der Exponent der Basis 4)

**Nun beginnen wir mit Logarithmusgleichungen.**

**Zu ihrer Lösung schreiben wir sie in eine Exponentialgleichung um.**

**Das ist also genau die Umkehrung von den Rechnungen oben.**

Beispiel: $x = \log_4 64$ bedeutet $4^x = 64$, woraus man $x = \log_4 64 = 3$ findet.

*(wenn man wichtige Potenzen im Kopf hat.)*

**Aufgabe:** Löse genauso die folgenden Aufgaben:

a) $x = \log_2 32$ b) $x = \log_{16} 4$ c) $x = \log_3 \frac{1}{9}$

Vergleiche deine Lösung im Abschnitt $\Rightarrow$ 7 ***auf Seite 3***

---

**12** Und das sind die restlichen Lösungen:

i) $\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3} = x \Leftrightarrow 9\sqrt{3} = \sqrt{3}^x$ … Man schreibt $9\sqrt{3} = 3^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{2+\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{2}}$. Dann folgt:

$\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3} = x \Leftrightarrow 9\sqrt{3} = \sqrt{3}^x \Leftrightarrow 3^{\frac{5}{2}} = 3^{\frac{1}{2}x} \Leftrightarrow \mathbf{\frac{1}{2}x = \frac{5}{2}} \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3} = 5}$

k) $\log_{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{32}} = x \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{32}} = \left(2\sqrt{2}\right)^x$. Diese Aufgabe kann man als Rätsel ansehen.

Aber unsere Methode hilft auch hier, wenn man das herausfindet:

$2\sqrt{2} = 2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$ und $\sqrt{\frac{1}{32}} = \sqrt{\frac{1}{2^5}} = \sqrt{2^{-5}} = \left(2^{-5}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{-5 \cdot \frac{1}{2}} = 2^{-\frac{5}{2}}$. Weiter geht es so:

$\log_{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{32}} = x \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{32}} = \left(2\sqrt{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{-\frac{5}{2}} = 2^{\frac{3}{2}x} \Leftrightarrow \mathbf{\frac{3}{2}x = -\frac{5}{2}} \Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{5}{3} = \log_{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{32}}}$