

Integration Flächenberechnungen

Sammlung von Trainingsaufgaben

Datei Nr. 48 115

Stand 29. November 2016

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Inhalt

Dieser Text enthält eine reine Aufgabensammlung ohne Lösungen. Er ist für Unterrichtszwecke gedacht, etwa bei Moodle-Systemen oder zum Ausdrucken und kopieren.

Die ausführlichen Lösungen findet man in zwei anderen Texten, siehe unten.

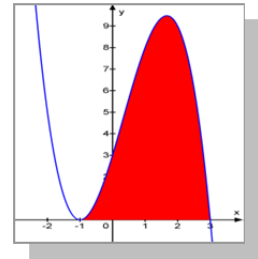
Aufgabensammlung mit Lösungen

Die Lösungen stehen im Text 48116 :	Aufgaben
Gruppe 1: Ganzrationale Funktionen	Seite 3 und 4
Gruppe 2: Gebrochen rationale Funktionen	Seite 5 und 6
Die Lösungen stehen im Text 48117 :	
Gruppe 3: Wurzelfunktionen	Seite 7
Gruppe 4: Exponentialfunktionen	Seite 8 und 9
Gruppe 5: Logarithmusfunktionen	Seite 10 und 11
Gruppe 6: Trigonometrische Funktionen	Seite 12

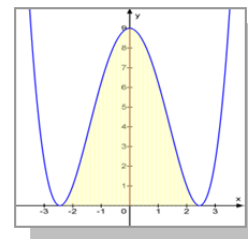
1. Gruppe: Granzrationale Funktionen

Berechne jeweils die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse.

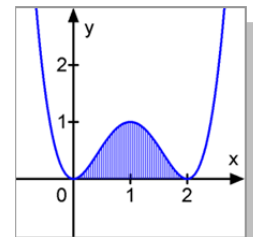
A-130 $f(x) = -x^3 + x^2 + 5x + 3$
 (Ergebnis: $A = \frac{64}{3}$)



A-140 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 9$
 (Ergebnis: $A = \frac{48}{5}\sqrt{6}$)

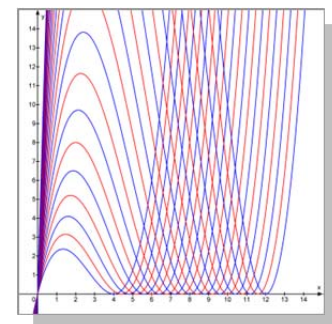
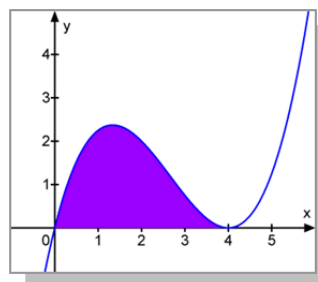


A-141 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$
 (Ergebnis: $A = \frac{16}{15}$)



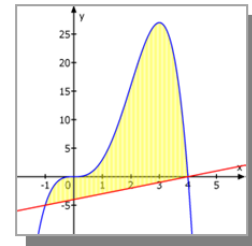
A-161 $f_t(x) = \frac{1}{4}x^3 - 2tx^2 + 4t^2x$
 (Ergebnis: $A = \frac{16}{3}t^4$)

Rechts einige Kurven der Schar zu (4) mit den Parametern t von 1 bis 3, Step 0,1.



A-190 $f(x) = -x^4 + 4x^3$

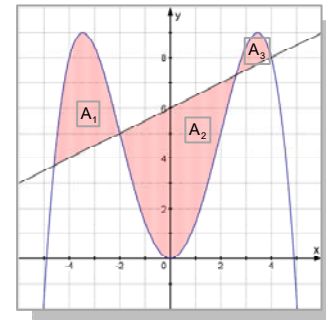
Das Schaubild der Funktion f und die Gerade g :
mit $y = x - 4$ begrenzen eine Fläche. Berechne
deren Inhalt.



A-191 $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{2}x^2$

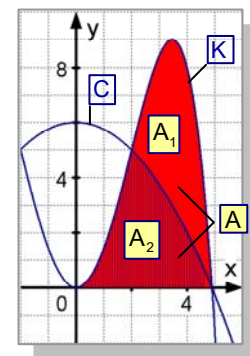
Das Schaubild der Funktion f und die Gerade g :
mit $y = \frac{1}{2}x + 6$ schneiden sich in 4 Punkten.

Sie begrenzen eine aus 3 Teilen zusammengesetzte Fläche.
Berechne ihren Inhalt.



A-192 $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{2}x^2$ und $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 6$

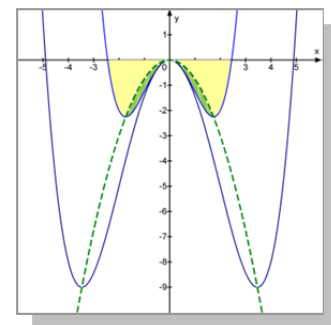
Das Schaubild K von f begrenzt im 1. Feld mit der x -Achse eine
Fläche. Das Schaubild C von g zerteilt diese Fläche in zwei Teile.
Berechne das Verhältnis dieser beiden Teile.



A-195 $f_t(x) = \frac{1}{4t^2}x^4 - \frac{3}{2}x^2$ und $g(x) = -\frac{3}{4}x^2$

Das Schaubild K_t der Funktion f_t und die x -Achse begrenzen eine
Fläche. In welchem Verhältnis zerteilt das Schaubild G der Funktion
 g diese Fläche.

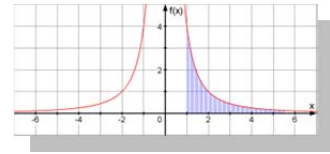
In der Abbildung sind K_1 und K_2 dargestellt. Die eingefärbte Fläche
gehört zu K_1 .



2. Gruppe: Gebrochen rationale Funktionen

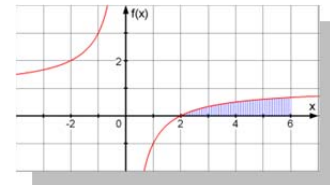
A-221 $f(x) = \frac{2}{x^2}$

Berechne die Fläche $A(r)$ zwischen K , der x -Achse und den Geraden $x = 1$ und $x = r$. Berechne auch $\lim_{r \rightarrow \infty} A(r)$.



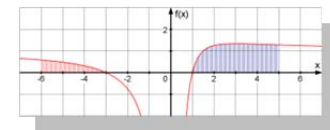
A-261 $f(x) = \frac{x-2}{x}$

Gesucht ist die Fläche zwischen K , der x -Achse und der Geraden $x = 6$.



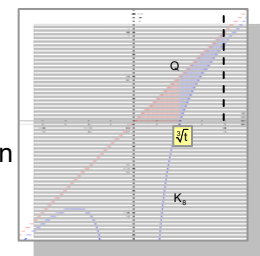
A-262 $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2}$

Berechne die Fläche zwischen K , der x -Achse und der Geraden $x = 5$, sowie zwischen K , der x -Achse und $x = -6$.



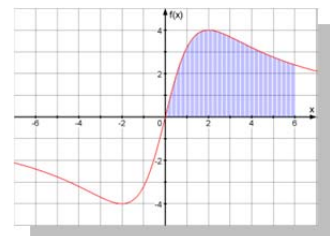
A-271 $f_t(x) = \frac{x^3 - t}{x^2}$ für $t > 0$.

K_t , die schiefe Asymptote, die x -Achse und die Gerade $x = t$ begrenzen eine Fläche.



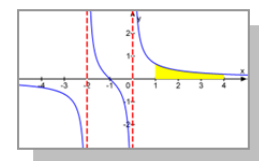
A-281 $f(x) = \frac{16x}{x^2 + 4}$

Gesucht ist die Fläche zwischen K , der x -Achse und der Geraden $x = 6$.



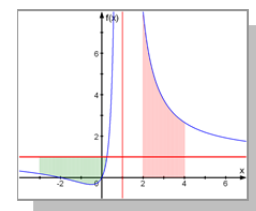
A-282 $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x}$

K , die x -Achse und die Geraden $x=1$ und $x=4$ begrenzen eine Fläche.



A-283 $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$

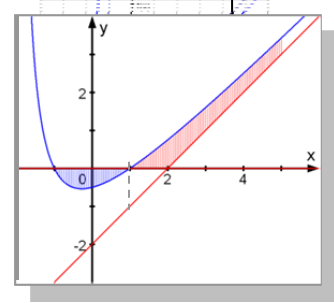
- K und die x -Achse und die Geraden $x = 2$ und $x = 4$ begrenzen eine Fläche. Berechne deren Inhalt A_1 .
- Welche Fläche A_2 schließt K mit der x -Achse ein?
- K , die waagerechte Asymptote und die Gerade $x = -3$ begrenzen eine Fläche. Berechne deren Inhalt A_3 .



A-290 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$

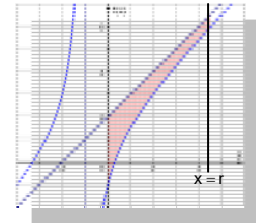
Berechne

- die Fläche, die von K und der x-Achse begrenzt wird.
- Fläche, die von K, der x-Achse, der schiefen Asymptote und $x = 5$ begrenzt wird.



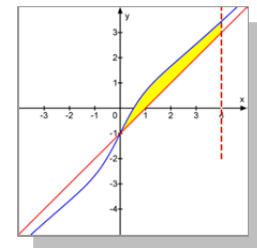
A-291 $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$

Die Fläche zwischen der Kurve, der schrägen Asymptote der y-Achse und der Geraden $x = r$ ($r > 0$) begrenzt eine Fläche. Berechne deren Inhalt $A(r)$ und ihren Grenzwert für $r \rightarrow \infty$.



A-292 $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4x - 2}{x^2 + 2}$

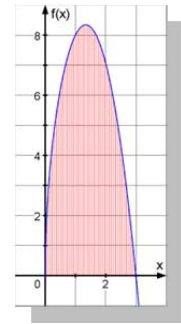
Berechne die Fläche zwischen dem Schaubild K, der schrägen Asymptote und der Geraden $x = 4$.



3. Gruppe: Wurzelfunktionen

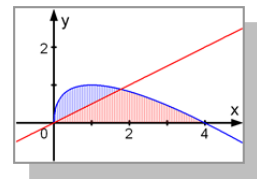
A-311 $f(x) = (9 - x^2) \cdot \sqrt{x}$

Welchen Inhalt hat die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse?



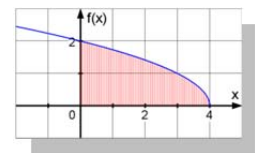
A-321 $f(x) = 2\sqrt{x} - x$

- a) Berechne die Fläche zwischen Kurve und x-Achse.
 b) Bei welcher Steigung m halbiert die Gerade $y = mx$ diese Fläche?



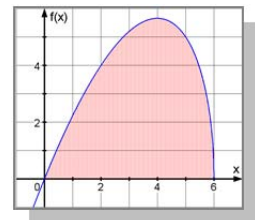
A-331 $f(x) = \sqrt{4 - x}$

Berechne die Fläche zwischen der Kurve und den Koordinatenachsen.



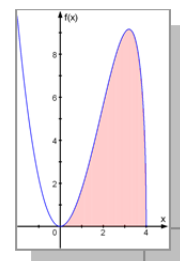
A-341 $f(x) = x\sqrt{6 - x}$

Gesucht ist die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse.



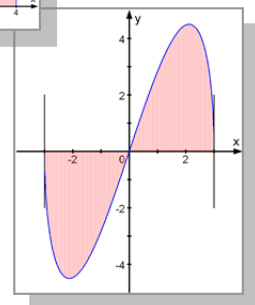
A-342 $f(x) = x^2\sqrt{4 - x}$

Gesucht ist die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse.
 Zusatz: Welches Volumen entsteht, wenn man diese Fläche um die x-Achse dreht?



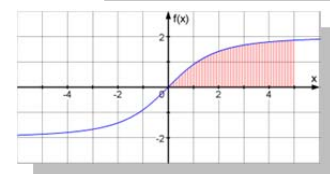
A-351 $f_t(x) = x \cdot \sqrt{t - x^2}$, $t \in \mathbb{R}^+$.

- a) Welche Fläche schließen K_t und die x-Achse ein?
 b) Durch Rotation der rechten Fläche um die x-Achse entsteht ein Körper. Berechne dessen Inhalt. (Zusatz: Drehkörper)



A-371 $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Berechne die Fläche zwischen K , der x-Achse und $x = 5$.

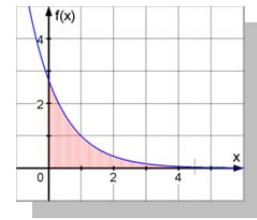


4. Gruppe: Exponentialfunktionen

A-411 $f(x) = e^{1-x}$

Gesucht ist die Fläche $A(r)$ zwischen K , den Koordinatenachsen und der Geraden $x = r$.

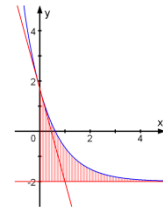
Berechne auch $A^* = \lim_{r \rightarrow \infty} A(r)$



A-412 $f(x) = \frac{1}{2}e^{2-x} - 2$

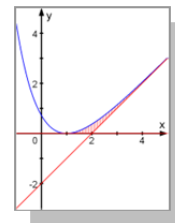
K , die y -Achse und die waagerechte Asymptote begrenzen eine ins Unendliche reichende Fläche.

In welchem Verhältnis teilt die Tangente im Schnittpunkt mit der y -Achse diese Fläche?



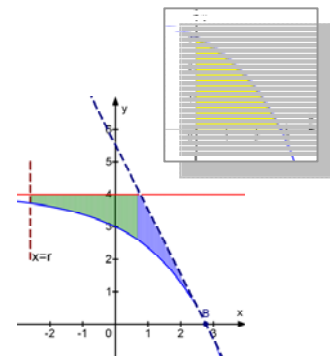
A-413 $f(x) = e^{1-x} + x - 2$

Berechne die Fläche zwischen der Kurve, der x -Achse und der schiefen Asymptote.



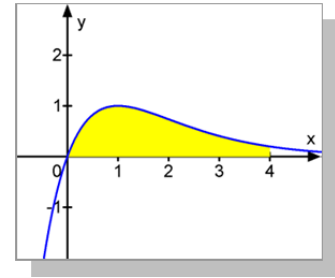
A-415 $f(x) = 4 - e^{\frac{x}{2}}$

- Fläche zwischen K und den Koordinatenachsen.
- Die Kurve begrenzt mit der Tangente in der Nullstelle, der waagerechten Asymptote und der Geraden $x = r$ ($r < 0$) eine Fläche. Berechne deren Inhalt $A(r)$. und $\lim_{r \rightarrow -\infty} A(r)$.



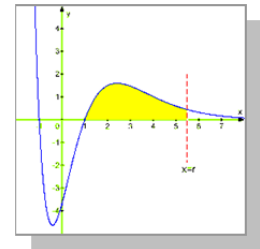
A-451 $f(x) = x \cdot e^{1-x}$

Berechne die Fläche zwischen der x-Achse, der Kurve und der Geraden $x = 4$. Kann man der Fläche auch dann noch einen endlichen Wert zuordnen, wenn man den rechten Rand ins Unendliche verschiebt?



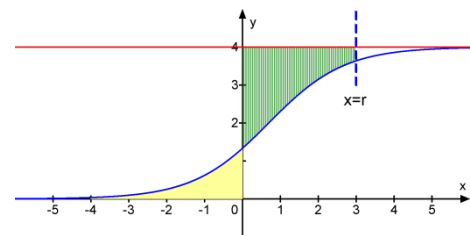
A-471 $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 1) \cdot e^{2-x}$

- a) K und die x-Achse begrenzen im 3. und 4. Feld eine Fläche A_1 .
 b) K, die x-Achse und die Gerade $x = r$ ($r > 1$) begrenzen im 1. Feld eine Fläche $A_2(r)$. Berechne $\lim_{r \rightarrow \infty} A_2(r)$.



A-480 $f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 2}$

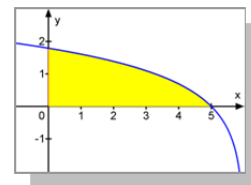
- a) Berechne die Fläche zwischen der Kurve und den Koordinatenachsen und der Geraden $x = -4$.
 Kann man der Fläche auch dann noch einen endlichen Wert zuordnen, wenn man den linken Rand ins Unendliche verschiebt?
- b) Wie groß ist die Fläche zwischen der Kurve, der y-Achse, der Geraden $y = 4$ und der Geraden $x = r$ ($r > 0$)?
 Existiert $\lim_{r \rightarrow \infty} A(r)$?



5. Gruppe: Logarithmusfunktionen

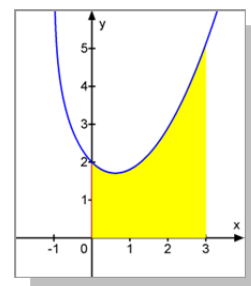
A-511 $f(x) = \ln(6-x)$

Berechne die Fläche zwischen K und den Achsen.



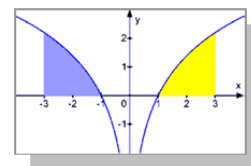
A-541 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2 - \ln(x+1)$

Welchen Inhalt hat die Fläche zwischen K, den Achsen und der Geraden $x = 3$?



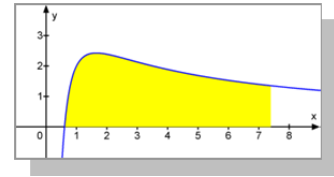
A-551 $f(x) = \ln(x^2)$

- Berechne die Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden $x = 3$.
- Berechne die Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden $x = -3$.



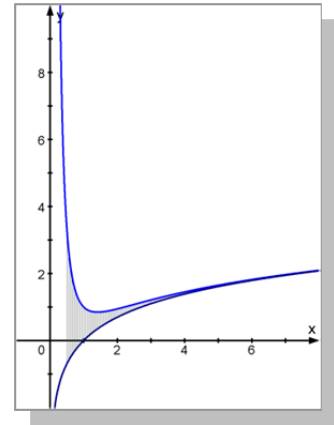
A-561 $f(x) = \frac{2 + 4 \cdot \ln x}{x}$

Gesucht ist die Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden $x = e^2$.



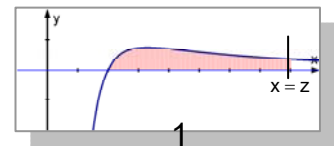
A-563 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x^2}$ bzw. $f(x) = \frac{x^2 \cdot \ln x + 1}{x^2}$

Das Schaubild K von f, das Schaubild H der Funktion $g(x) = \ln x$ und die Geraden $x = \frac{1}{2}$ und $x = r$ begrenzen eine Fläche vom Inhalt $A(r)$. Berechne den Grenzwert von $A(r)$ für $r \rightarrow \infty$.



A-571 $f(x) = \frac{\ln x^2}{x^2}$

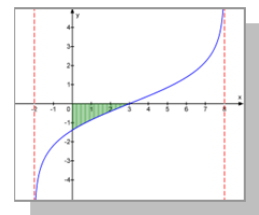
Zeige, dass das Schaubild K zusammen mit der x-Achse im 1. Feld eine bis ins Unendliche reichende Fläche mit endlichem Inhalt begrenzt.



A-581 $f(x) = \ln \frac{x+2}{8-x}$

Das Schaubild K von f begrenzt mit den Koordinatenachsen eine Fläche. Berechne ihren Inhalt A.

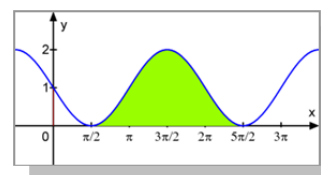
Kann man der ins Unendliche reichenden Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden $x = 8$ einen endlichen Inhalt zuordnen?



6. Gruppe: Trigonometrische Funktionen

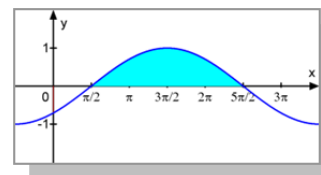
A-601 $f(x) = 1 - \sin x$

Fläche siehe Abbildung.



A-621 $f(x) = -\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

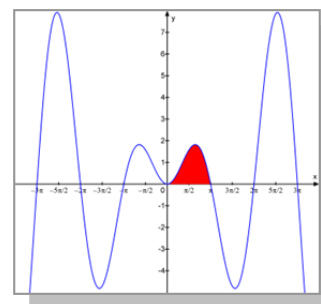
Fläche siehe Abbildung.



(

A-651 $f(x) = x \cdot \sin x$

Fläche siehe Abbildung.



A-681 $f(x) = \sin x + \sin(2x)$

Fläche siehe Abbildung.

