Nachhilfestunden –Inhalt

Diese Funktionen
werden in der Mathe-CD
ausführlich behandelt

In diesem Text steht, welche Funktionen in meinen Nachhilfestunden-Texten ausführlich behandelt werden.

Das Niveau ist für die Oberstufe, meistens ist es Abiturniveau.

Datei Nr. 41700

Stand 1. Februar 2026

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK
UND STUDIUM

https://mathe-cd.de

Die einzelnen Funktionen bzw. Aufgaben haben eine fünfstellige Dateinummer, unter der man die Lösung finden kann. Die Texte findet man auch im Menü, wo man sie durch Links aufrufen kann.

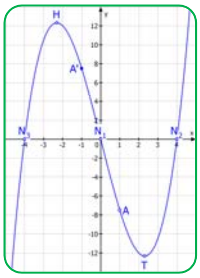
Inhalt

Ganzrationale Funktionen

42201 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-8x$

$\boxed{1}$ - $\boxed{3}$ Gegeben ist die ganzrationale Funktion $f(x)=\frac{1}{2}x^3-8x$. Das Schaubild von f sei K.
Berechne die Nullstellen von f. Was bedeuten sie geometrisch?
Gib die Funktion in Linearfaktordarstellung an.

$\boxed{4}$ Bestimme das Symmetrieverhalten von K und begründe deine Entscheidung.



$\boxed{5}$, $\boxed{6}$ Berechne Art und Lage der Extrempunkte von K

$\boxed{7}$ Bestimme die Wendepunkte des Schaubilds von f.

$\boxed{8}$, $\boxed{9}$ Zeichne den Graph der Funktion in ein Koordinatensystem

$\boxed{10}$ Berechne die Gleichung der Wendetangente.

$\boxed{11}$, $\boxed{12}$ Begründe, dass K keine parallele Tangente zur Wendetangente haben kann.

$\boxed{13}$, $\boxed{14}$ $P(u\,|\,v)$ sei ein Punkt des Graphen K von f im 4. Feld.
Fällt man das Lot von P auf die x-Achse, entsteht der Lotfußpukt Q.
Berechne den Inhalt des Dreiecks OPQ in Abhängigkeit von u.

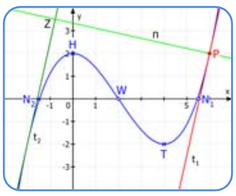
$\boxed{15}$ - $\boxed{17}$ Für welchen Wert von u nimmt der Inhalt A des Dreiecke OPQ einen Extremwert an?
Berechne die Art und die Größe des extremen Inhalts.

$\boxed{18}$, $\boxed{19}$ K und die x-Achse begrenzen im 4. Feld eine Fläche. Berechne deren Inhalt.

42202 $f(x)=\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{4}x^2+2$

$\boxed{1}$ bis $\boxed{5}$ Der Graph K einer ganz rationalen Funktion f dritten Grades hat den Wendepunkt
$W(2\,|\,0)$ und geht durch die Punkte $P(6\,|\,2)$ und $Q(4\,|\,-2)$.
Stelle die Gleichung von f auf.

$\boxed{6}$ bis $\boxed{11}$ Berechne Schnittpunkte von K mit der x-Achse.
Lösung der Nullstellegleichung mit Polynomdivision $\boxed{8}$ oder Horne-Schema $\boxed{9}$.
Lösung einer quadratischen Gleichung mit der Mitternachtsformel
oder pq-Formel $\boxed{11}$.



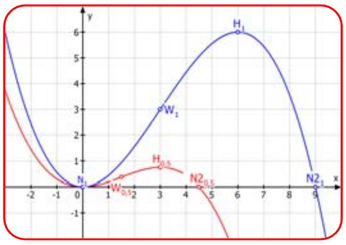
$\boxed{12}$, $\boxed{13}$ Welche Extrempunkte hat K?

$\boxed{14}$ Zeichnung von K im Bereich $-2\le x\le 7$.

$\boxed{14}$ bis $\boxed{16}$ Stelle die Gleichung der Tangente t_1 im Punkt P auf.
In welchem Punkt Z hat K eine zu t_1 parallele Tangente t_2?

$\boxed{17}$ Welchen Abstand haben diese beiden Tangenten?

42203 $f_t(x) = -\frac{1}{18}x^3 + \frac{1}{2}tx^2$. $t \in \mathbb{R}$



$\boxed{1}$ Nullstellen von f_t.

$\boxed{2}$ Extrempunkte von K_t.

$\boxed{3}$ Wendepunkte von K_t.

$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ Skizziere die Kurven K_1 und $K_{0,5}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.

$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ Ortskurve C der Hochpunkte der Kurvenschar. (Ergebnis: $y = \frac{1}{36}x^3$)

$\boxed{8}$ Welche der Scharkurven K_t geht durch den Punkt $A(3\,|\,4)$?

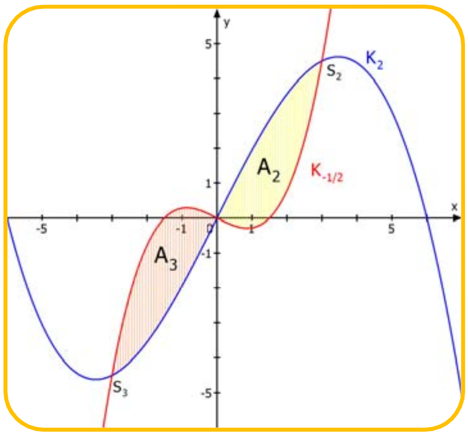
$\boxed{9}$ Geht durch jeden Punkt der x-y-Ebene eine Kurve der Schar K_t?

$\boxed{10}$, $\boxed{11}$ Wo schneiden sich zwei beliebige Scharkurven?

$\boxed{12}$, $\boxed{13}$ Die Gerade g: $y = -\frac{9}{2}x + \frac{81}{2}$ berührt eine der Scharkurven K_t an der Stelle x = 9.
Für welches t ist das möglich?

$\boxed{14}$, $\boxed{15}$ Die Gerade g, die Wendetangente von K_1 und die x-Achse begrenzen ein Dreieck.
Berechne seinen Flächeninhalt.

42204 $f_t(x) = -\frac{1}{9t}x^3 + tx$ für $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$



$\boxed{1}$ Symmetrie von K_t

$\boxed{2}$ Nullstellen von f_t.

$\boxed{3}$ Ableitungen

$\boxed{4}$ Extrempunkte

$\boxed{5}$ Wendepunkte

$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ Schnittpunkte der Kurven K_2 und $K_{-\frac{1}{2}}$.

$\boxed{8}$, $\boxed{9}$, $\boxed{10}$ Fläche A(t) zwischen K_t und positiver x-Achse.

$\boxed{11}$, $\boxed{12}$, $\boxed{13}$ Fläche zwischen K_2 und $K_{-\frac{1}{2}}$ im 1. und im 3. Feld.

$\boxed{13, 14, 15}$ Maximaler Rechtecksinhalt.

42205 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{4}$

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$ Untersuche das Symmetrieverhalten von f bzw. K.

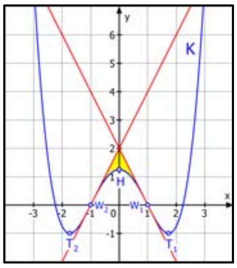
$\boxed{3}$ Bestimmung der Nullstellen von f. Eine Biquadratische Gleichung lösen.

$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ Extrempunkte

$\boxed{6}$ Wendepunkte

$\boxed{7}$ Gleichungen der Wendetangenten.

$\boxed{8}$, $\boxed{9}$ Die beiden Wendetangenten und die Kurve K begrenzen eine Fläche im 1. und 2. Feld. Berechne ihren Inhalt A.



$\boxed{10}$ bis $\boxed{12}$ Die Punkte $A(-u\,|\,0)$, $B(u\,|\,0)$, $C(u\,|\,f(u))$ und $D(-u\,|\,f(-u))$ sind für jeden Wert von u mit $0<u<1$ die Eckpunkte eines Rechtecks R.
Bestimme den Wert von u, sodass der Flächeninhalt F(u) von R maximal wird.

42206 $f(x)=\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{8}x^3-x^2+\frac{3}{2}x$

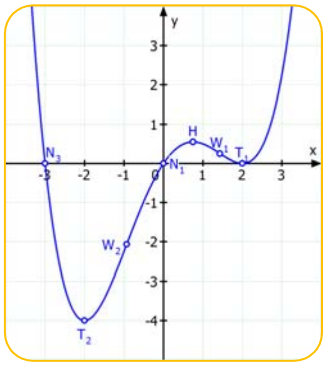
$\boxed{1}$ Untersuche K auf Symmetrie.

$\boxed{2}$ bis $\boxed{8}$ Berechne die Nullstellen der Funktion f mit …

$\boxed{4}$ Polynomdivision

$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ Horner-Schema

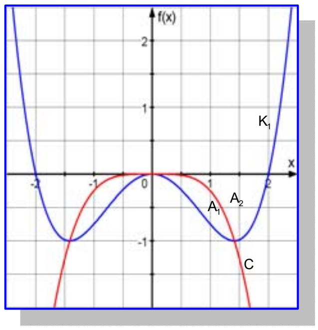
$\boxed{8}$ bis $\boxed{13}$ Bestimme die Extrempunkte des Graphen K von f.



$\boxed{14}$ Berechne die Wendepunkte von K.

$\boxed{15}$, $\boxed{16}$ Berechne den im 1. Feld liegenden Schnittpunkt der Kurve K mit der Tangente t im Ursprung an K.

42207 $f_t(x) = \frac{1}{4}x^4 - t^2x^2$, $t \in \mathbb{R}^+$



$\boxed{1}$ Untersuche das Symmetrieverhalten von K_t.

$\boxed{2}$ Bestimme die Nullstellen von f_t.

$\boxed{3}$, $\boxed{4}$ Extrempunkte von K_t.

$\boxed{5}$ Wendepunkte von K_t.

$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ Stelle die Gleichung der Ortskurve C der Extrempunkte auf.

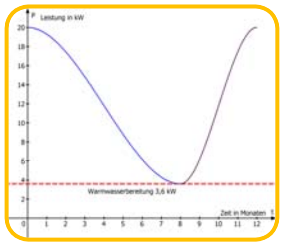
$\boxed{8}$, $\boxed{9}$ Ermittle durch Rechnung, welche Scharkurven K_t durch $Q(4\,|\,-1)$ oder $R(1\,|\,2)$ gehen.

$\boxed{10}$ Durch welchen Bereich der x-y-Ebene geht keine der Scharkurven?

$\boxed{11}$ Unter welchem Winkel schneiden sich C und K_1?

$\boxed{12}$ Die Kurve K_1 begrenzt mit der x-Achse im 4. Feld eine Fläche A. Berechne deren Inhalt. In welchem Verhältnis teilt C diese Fläche?

42208 $k(t) = -0{,}5125 \cdot t^3 + 15{,}375 \cdot t^2 - 147{,}6 \cdot t + 462{,}8$



Der Heizkessel eines Wohnhauses liefert Wärme für die Warmwasserbereitung und die Heizung.
Seine Maximalleistung beträgt 20 kW.

Das Schaubild zeigt die im Jahr 2011 benötigte Leistung in kW.

Dabei bezeichnet t = 0 den 1. Januar. Jeder Monat wird mit 30 Tagen angenommen.

Für den Zeitraum vom 1. September bis zum Jahresende wird die Leistung beschrieben durch die Funktion k für $8 \le t < 12$

$\boxed{1}$ Bestimmen Sie eine Funktion, die die Leistung für die ersten 8 Monate beschreibt.
Das Schaubild dieser Funktion soll bei t = 8 knickfrei in das Schaubild von k übergehen.

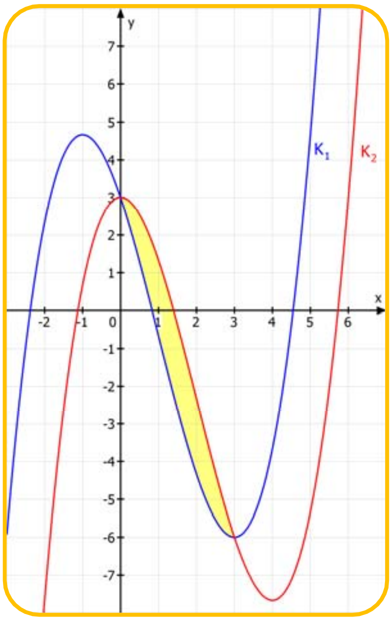
$\boxed{2}$ Verwenden Sie im Folgenden die Funktion k sowie Ihre in $\boxed{1}$ bestimmte Funktion.

a) Wann hat die Leistung am stärksten zugenommen?

b) Wie groß war die durchschnittliche Leistung im Jahr 2011?

$\boxed{3}$ Die Leistung ist die Änderungsrate der Energie.
Welcher Anteil des Energiebedarfs wurde in den Monaten Oktober bis Dezember für die Warmwasserbereitung verwendet?

42209 $f_t(x) = \frac{1}{3}x^3 - t \cdot x^2 + (t^2 - 4) \cdot x + 3$



1 Welche Kurve K_t schneidet die x-Achse bei x = 3?

2 Berechne die Schnittstellen von K_s und K_t für $r \neq s$.
Welche Besonderheiten erhält man als Ergebnis?

3 Berechne den Inhalt der Fläche, die von K_1 und K_2 begrenzt wird.

4 Welche Scharkurven gehen durch $Z(6 \mid 3)$

5 Berechne die Extremstellen von K_t und die Wendestelle.

6 Welche Scharkurve hat bei x = 3 einen Extrempunkt.
Gib die Art des Extrempunkts an.

7 Der Punkt $R(u \mid v)$ mit $0 < u \leq 6$ liege auf K_4.
Die Koordinatenachsen und ihre Prallelen durch R begrenzen ein Rechteck.
Zeige, dass R nahe bei $u \approx 3{,}3$ liegt, wenn das Rechteck einen maximalen Inhalt hat.

42210 $f_t(x) = \frac{x^2}{2t^2}(3t - x)$

1 Bestimme Schnittpunkte mit der x-Achse, Extrem- und Wendepunkte. Zeichne K_2.

2 Berechne die Koordinaten der Punkte auf K_2, in denen K_2 die Steigung $-\frac{15}{8}$ hat.
Berechne den Abstand dieser Punkte.

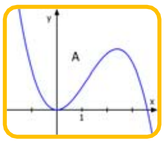
3 Die Tangente an K_2 im Hochpunkt von K_2, und K_2 schließen eine Fläche ein.
Bestimme deren Inhalt.

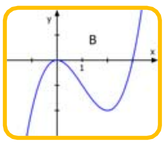
4 Ein parallel zur y-Achse verlaufender Streifen der Breite 1,5 wird in x-Richtung so verschoben, dass K_2 und die x-Achse im 1. Quadranten aus ihm eine möglichst große Fläche ausschneiden.
Bestimme die Lage dieses Streifens.

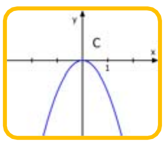
5 Bestimme die Gleichung der Ortskurve aller Wendepunkte von K_t.

6 Der Hochpunkt und der Wendepunkt von K_t sowie einer der gemeinsamen Punkte von K_t mit der x-Achse sind die Eckpunkte eines Dreiecks.
Berechne t so, dass dieses Dreieck den Flächeninhalt 54 hat.

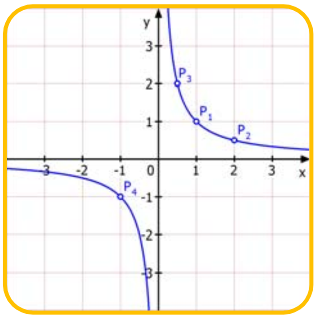
7 Prüfe für jedes der Schaubilder A, B oder C, ob es zu einer Funktion f_t oder zu der Ableitungsfunktion einer Funktion f_t gehören kann.
Bestimme gegebenenfalls den entsprechenden Wert von t.







Gebrochen rationale Funktionen



43201 $f(x)=\frac{1}{x}$

$\boxed{1}$ Schaubild von $f(x)=\frac{1}{x}$, Grenzwerte für $x \to \pm\infty$ und geometrische Deutung als waagrechte Asymptote.

$\boxed{2}$ Monotonie für die beiden Teilbereiche x >0 und x < 0.

Folgerung: Kehrwerte von Ungleichungen: $x \geq a \iff \frac{1}{x} \leq \frac{1}{a}$

Monoton steigende und monoton wachsende Funktionen.

$\boxed{3}$ Annäherung für $x \to 0$ von rechts bzw. links: y-Achse als Senkrechte Asymptote.

$\boxed{4}$ Tangentensteigung in $P_1\left(2 \mid \frac{1}{2}\right)$ als Grenzwert der Sekantensteigung.

$\boxed{5}$ Tangentensteigung in $P_1\left(-4 \mid \frac{1}{4}\right)$ als Grenzwert der Sekantensteigung.

$\boxed{6}$ Berechnung der Tangentensteigung in $P_1\left(x_1 \mid \frac{1}{x_1}\right)$ allgemein (Grenzwertmethode)

$\boxed{7}$ Definition der 1. Ableitung $f(x)=x^{-1} \Rightarrow f'(x)=-x^{-2}=-\frac{1}{x^2}$

und $m_T=f'(x_1)$, d.h. die Tangentensteigung ist ein Funktionswert der 1. Ableitung.

$\boxed{8}$ Gleichung der Tangente an der Stelle $x_1 = 4$.

$\boxed{9}$, $\boxed{10}$ Die Tangente an K: $y=\frac{1}{x}$ an der Stelle $x_1=1{,}5$ begrenzt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Berechne dessen Flächeninhalt.

$\boxed{11}$, $\boxed{12}$ Löse diese Aufgabe allgemein:

Der Berührpunkt sei $P_1\left(x_1 \mid \frac{1}{x_1}\right)$ mit $x_1 > 0$. Wie groß ist der Dreiecksinhalt?

$\boxed{13}$ Für Fortgeschrittene: Die Kurve K: $y=\frac{1}{x}$, die x-Achse und die Geraden x = 1 und $x = e^2$ begrenzen eine Fläche. Berechne deren Inhalt.

43202 $f_1(x)=\frac{3x-5}{x-2}$ und $f_2(x)=\frac{2x+4}{x+1}$ und $g(x)=\frac{2-x}{x+1}$

$\boxed{1}$ Wir verschieben das Schaubild von $f(x)=\frac{1}{x}$ um 2 in x-Richtung und um 3 in y-Richtung.

Berechne die Gleichung der Bildkurve K_1. (Ergebnis: $y=\frac{3x-5}{x-2}$)

$\boxed{2}$ Bestimme die Asymptoten von K_1 (mit Begründung).

$\boxed{3}$ Berechne den Definitionsbereich der Funktion f mit $f_2(x)=\frac{2x+4}{x+1}$

und die Asymptoten ihres Schaubilds K_2.

$\boxed{4}$ Berechne die Schnittpunkte von K_2 mit den Koordinatenachsen.

$\boxed{5}$ Kann K_2 durcheine Verschiebung aus G: $y=\frac{1}{x}$ entstehen?

$\boxed{6}$ Berechnung der Ableitung von $f_2(x)=\frac{2x+4}{x+1}$

$\boxed{7}$ Berechnung der Ableitung von $f_3(x)=\frac{x^2}{3-x}$

$\boxed{8}$ Gleichung der Tangente T an das Schaubild K von $g(x)=\frac{2-x}{x+1}$ im Punkt $A(-3\,|\,y_A)$

$\boxed{9}$ Diese Tangente begrenzt mit den beiden Asymptoten ein Dreieck. Berechne dessen Flächeninhalt.

$\boxed{10}$ - $\boxed{12}$ Zeige dass jede Tangente an K mit den beiden Asymptote ein Dreieck vom Inhalt 6 (FE) begrenzt.

$\boxed{13}$ Zeige: Der Graph K von g ist punktsymmetrisch.

$\boxed{14}$ Welchen Inhalt hat die Fläche, die von K und den Koordinatenachsen im 1. Feld begrenzt wird? (Für Fortgeschrittene: Integration mit Substitution).

43203 $f_1(x)=\frac{8}{x^2-4}$, $f_2(x)=\frac{2x}{x^2-4}$, $f_3(x)=\frac{2x^2+2}{x^2-4}$ und $f_4(x)=\frac{x^3+2x}{x^2-4}$

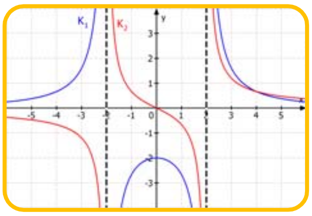
$g_1(x)=\frac{16}{x^2+4}$, $g_2(x)=\frac{8x}{x^2+4}$, $g_3(x)=\frac{2x^2-8}{x^2+4}$ und $h(x)=\frac{(x-3)^2}{x^2+9}$

$\boxed{1}$ Wir beginnen mit der Untersuchung von $f_1(x)=\frac{8}{x^2-4}$ und $f_2(x)=\frac{2x}{x^2-4}$

$\boxed{2}$ Es geht um die Definitionsbereiche, die Nullstellen und senkrechten Asymptoten.

$\boxed{3}$ Beide Kurven haben eine waagrechte Asymptote, die man mit einem Grenzwert beweist.

$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ Grenzwert von $f_3(x)=\frac{2x^2+2}{x^2-4}$ für $x\to\pm\infty$.



$\boxed{6}$, $\boxed{7}$, $\boxed{8}$ **Große Aufgabe:** $f_4(x)=\frac{x^3+2x}{x^2-4}$**,** Grundeigenschaften,

$\boxed{9}$ Punktsymmetrie und 2 schwere Ableitungen

$\boxed{10}$, $\boxed{11}$ Extrempunkte und Wendepunkte

$\boxed{12}$ **Vergleich** von $g_1(x)=\frac{16}{x^2+4}$, $g_2(x)=\frac{8x}{x^2+4}$ und $g_3(x)=\frac{2x^2-8}{x^2+4}$

$\boxed{13}$ Ihre Schaubilder erkennen

$\boxed{14}$ Die Funktionen an Hand bestimmter Merkmalen identifizieren

$\boxed{15}$ **Große Aufgabe:** $h(x)=\frac{(x-3)^2}{x^2+9}$. Grundeigenschaften, zwei Ableitungen

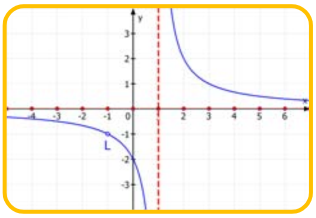
$\boxed{16}$ Extrempunkte

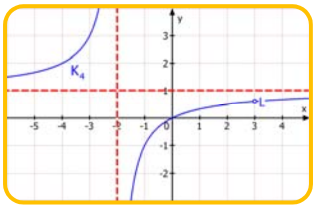
$\boxed{17}$ Wendepunkte

$\boxed{18}$ Grenzwert für $x\to\pm\infty$ und waagrechte Asymptote

$\boxed{19}$ Punktsymmetrie zu einem Wendepunkt.

43204





1 Wir beginnen mit der Untersuchung von $f_1(x) = \frac{2x^2 - 8x}{4x}$

2 Dann folgt $f_2(x) = \frac{2x+2}{x^2-1}$

3 Und $f_3(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x}$

4 Dann $f_3(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x}$

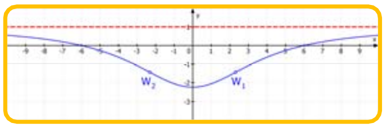
5 $f_5(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 8x + 16}$

6 bis 8 Speziell: $f_6(x) = \frac{(x^2+2x-3)(x^4+2x^2)}{(x-2)^2(x^2+6x+9)(x+2)(x^2-1)}$

9 Doppelte Polstellen: Vergleich $g(x) = \frac{2}{x}$ und $h(x) = \frac{2}{x^2}$

10 Vergleich: $k_1(x) = \frac{3x+1}{(x-2)^2}$ und $k_2(x) = \frac{3x+1}{(x-2)}$

43205 $f(x) = \frac{x^2-36}{x^2+16}$



1 , 2 Wir beginnen mit der Untersuchung von $f(x) = \frac{x^2-36}{x^2+16}$

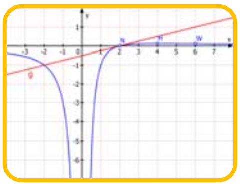
3 Berechnung von Extrem- und Wendepunkten.

4 bis 7 Tangente als Sichtlinie zum tiefsten Punkt der Talkurve.

8 bis 10 Flächeninhalte berechnen mit $\int_a^b \frac{1}{x^2+1}dx = [\arctan x]_a^b$

43206 $f_t(x) = \frac{x-2t}{x^2} = \frac{1}{x} - \frac{2t}{x^2}$ für t > 0.

1 Wir beginnen mit der Untersuchung von $f_t(x) = \frac{x-2t}{x^2} = \frac{1}{x} - \frac{2t}{x^2}$ für t > 0.



2 Berechnung von Extrem- und Wendepunkten.

3 , 4 Die Tangente im Ursprung schneidet die Kurve K_1 in S.

Polynomdivision oder Horner-Schema.

5 , 6 Die Gerade y = x schneidet K_1 in Z. Schnittstelle mit Newtonschen Iterationsverfahren.

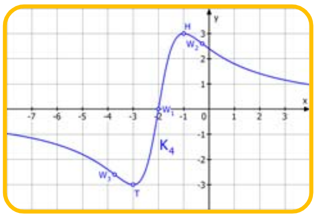
7 Welche Scharkurve geht durch $Q(2\,|\,-2)$?

Durch welche Punkte der x-y-Ebene geht <u>keine</u> der Kurven K_t?

43207 $f_t(x) = 6\dfrac{x+2}{x^2+tx+5}$ für $t \in \mathbb{R}$.

$\boxed{1}$ Wir beginnen mit der Untersuchung von $f_t(x) = 6\dfrac{x+2}{x^2+tx+5}$ für $r \in \mathbb{R}$.

$\boxed{2}$ Zwei Ableitungen von f_4 berechnen.



$\boxed{3}$ Berechnung von Extrempunkten.

$\boxed{4}$ Berechnung von Wendepunkten, Zeichnung.

$\boxed{5}$ Nachweis der Punktsymmetrie von K_4 bzgl. $Z(-2\,|\,0)$

$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ K_4 schließt mit beiden Achsen eine Fläche ein. Inhalt?

$\boxed{8}$, $\boxed{9}$ Senkrechte Asymptote von K_4.

Spezialfall $t = 4{,}5$

$\boxed{10}$ Untersuchung für $t \neq 4{,}5$

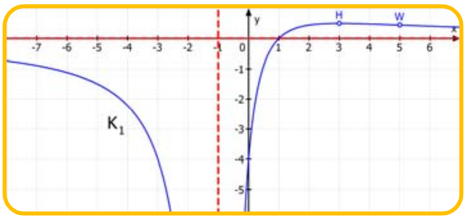
Wie viele senkrechte Asymptoten gibt es für beliebiges t?

$\boxed{11}$ Große Übersichtstabelle mit Beispielfunktionen.

43208 $f_t(x) = 4\dfrac{x-t}{(x+t)^2}$

Gegeben ist für jedes reelle t > 0 die Funktion f_t durch $f_t(x) = 4\dfrac{x-t}{(x+t)^2}$.

$\boxed{1}$ Bestimme die maximale Definitionsmenge $\mathbb{D}_t$ von f_t, die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und die Asymptoten.



$\boxed{2}$ Berechne drei Ableitungen.

$\boxed{3}$ Welche Extrempunkte hat das Schaubild K_t von f_t?

$\boxed{4}$ Bestimme die Wendepunkte von K_t.

$\boxed{5}$ Zeichne K_1 für $-7 \le x \le 6$ mit 1 LE = 1 cm.

$\boxed{6}$ Ein Punkt von G_1 sei Eckpunkt eines Rechtecks, dessen andere Eckpunkte auf den Koordinatenachsen liegen. Ferner gelte für die Abszisse x dieses Eckpunktes 0 < x < 1. Berechne die Seitenlängen und den Flächeninhalt des Rechtecks mit maximalem Inhalt.

$\boxed{7}$ Im Schnittpunkt von G_t mit der x- Achse wird die Tangente an G_t gelegt.

Diese Tangente berührt eine Parabel mit der Gleichung $y = ax^2$.

Bestimme a .in Abhängigkeit von t.

$\boxed{8}$ Zeige, dass der Inhalt der Fläche, die von G_t, der x- Achse und der Geraden mit der Gleichung x = 3t eingeschlossen wird, unabhängig von t ist.

Wurzelfunktionen

44201 Funktionen von Typ $f(x)=a\pm\sqrt{bx+c}$

$\boxed{1}$ Spiegelt man K: $y=x^2$ an der 1. Winkelhalbierenden, dann erhält man eine nach rechts geöffnete Parabel.
Zu ihr gehören zwei Wurzelfunktionen, die je eine Halbparabel ergeben.

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$ Spiegelung von $y=x^2+4x$.

$\boxed{3}$, $\boxed{4}$ Spiegelung von $y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{5}{4}x-\frac{1}{8}$.

$\boxed{5}$ Untersuche $f(x)=\sqrt{2x-6}$ mittels Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden.

$\boxed{6}$ Untersuche $f(x)=1-\sqrt{3x+6}$

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Untersuche die Beispiele 8 bis 14 mit der Kurzmethode

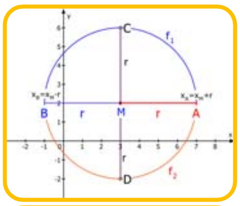
$\boxed{9}$, $\boxed{10}$ Lösungen der Beispiele 8 bis 14

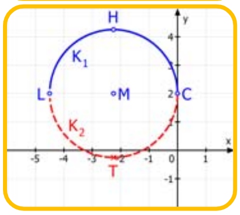
44202 $f(x)=a\pm\sqrt{-x^2+bx+c}$

$\boxed{1}$ Zu $y=\sqrt{r^2-x^2}$ und $y=-\sqrt{r^2-x^2}$ gehört jeweils ein Halbkreis. ,
Beschreibe die Graphen zu $y=f_1(x)=\sqrt{9-x^2}$ und $y=-\sqrt{-x^2+12}$.

$\boxed{2}$ Stelle die Gleichung des Kreises um den Mittelpunkt $M(3\,|\,2)$ mit Radius 4 auf und zerlege die Kreisgleichung in zwei Halbkreis-Gleichungen.

$\boxed{3}$ Wie kann man herausfinden, dass das Schaubild von $f_1(x)=2+\sqrt{-x^2-6x+7}$ ein oberer Halbkreis ist?





$\boxed{4}$ Untersuche $f(x)=-1-\sqrt{-x^2+9}$

$\boxed{5}$, $\boxed{6}$ Untersuche $f(x)=-5+\sqrt{-x^2+5x-7}$

$\boxed{7}$ Untersuche $f(x)=\sqrt{-x^2-\frac{9}{2}x+2}$

$\boxed{8}$ Untersuche $f(x)=6-\sqrt{-x^2+4x-4}$

$\boxed{9}$ Untersuche $f_t(x)=-2t+\sqrt{-x^2+tx+\frac{7}{4}t^2}$

$\boxed{10}$ Beispiele zu $\boxed{9}$ mit t = 1 und t = 2

$\boxed{11}$ Beispiele zu $\boxed{9}$ mit t = 3. Abbildung zu t = 1, 2 und 3.

$\boxed{12}$ Gleichung der Ortskurve der Mittelpunkt zur Kreisschar aus $\boxed{9}$

$\boxed{13}$ Woran erkennt man, dass $f(x)=3-\sqrt{x^2-4x+5}$ keinen Halbkreis darstellt?

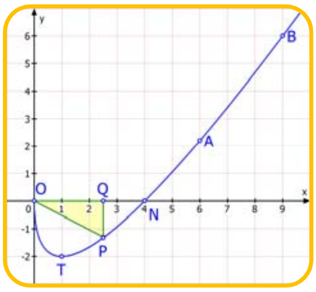
44203 $f(x) = 2x - 4\sqrt{x}$

$\boxed{1}$ Bestimmung des Definitionsbereichs und der Nullstellen

$\boxed{2}$ Sehr ausführliche Berechnung von zwei Ableitungen.

$\boxed{3}$ Extrempunkte mit waagrechter und senkrechter Tangente.

$\boxed{4}$ Wendepunkte und Schaubild.



$\boxed{5}$ Maximaler Inhalt eines einbeschriebenen Dreiecks.

$\boxed{6}$ Durch Rotation dieses Dreiecks entsteht ein Kegel.
Das Volumen berechnen.

$\boxed{7}$ Maximales Volumen?

$\boxed{8}$ Berechne den Inhalt der Fläche zwischen K und der x-Achse.

44204 $f_t(x) = x\sqrt{t - x^2}$, $t \in \mathbb{R}^+$

$\boxed{1}$ Wie löst man quadratische Ungleichungen? Anwendung auf Nullstellen.

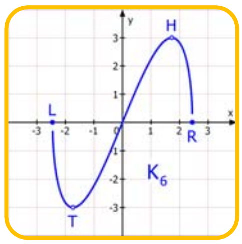
$\boxed{2}$ Sehr ausführliche Berechnung der ersten Ableitung mit der Kettenregel

$$\sqrt{u(x)}' = \frac{1}{2\sqrt{u(x)}} \cdot u'(x) \quad \text{oder} \quad = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$$

$\boxed{3}$ Sehr ausführliche Berechnung der zweiten Ableitung mit der Quotientenregel

$\boxed{4}$ Extrempunkte mit waagrechter Tangente. Symmetrieverhalten von K_t.

$\boxed{5}$ Extrempunkte mit senkrechter Tangente, Randextrempunkte am Beispiel K_6.
Wendepunkte und Schaubild.
Maximaler Inhalt eines einbeschriebenen Dreiecks.



$\boxed{6}$ Berechne den Inhalt der Fläche zwischen K und der x-Achse.

$\boxed{7}$ Volumen des Drehkörpers, der durch Rotation der Fläche in $\boxed{6}$ entsteht.

$\boxed{8}$ Schnittpunkt S einer Ursprungsgeraden g_m : y = mx mit K_t.

$\boxed{9}$ Für welches m liegen die Tangente in S und die Gerade g_m zueinander orthogonal?

Allgemeine Untersuchung mit dem Ergebnis $m = \sqrt{\frac{t-1}{2}}$
und das Beispiel t = 9

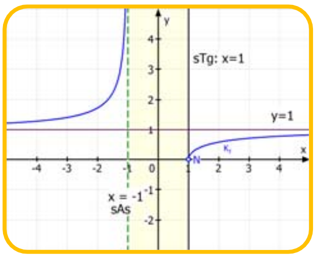
44205 $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

$\boxed{1}$ Definitionsbereich von f und zwar durch Lösung der Ungleichung $\frac{x-1}{x+1} \geq 0$.

1. Lösung: mit gekoppelten Ungleichungen.

$\boxed{2}$ 2. Lösung: mit einer Vorzeichentabelle.

$\boxed{3}$ Grenzwerte von f für $x \to \pm\infty$ / Waagrechte Asymptote.



$\boxed{4}$ Untersuchung der Randstellen 1 und -1.

$\boxed{5}$ Ausführliche Berechnung der 1. Ableitung.

$\boxed{6}$ Schaubild von f.

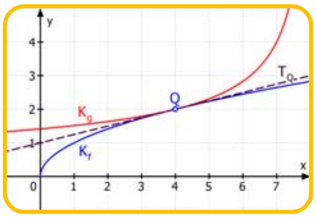
$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Volumen eines Drehkörpers, der durch Rotation der Fläche in $\boxed{7}$ entsteht.

$\boxed{9}$ - $\boxed{12}$ Vergleich der Funktionen $g(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$, $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ und $h(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$

44206 $f(x)=\sqrt{x}$ und $g(x)=\frac{4}{\sqrt{8-x}}$

$\boxed{1}$ Nullstellen, Definitionsbereich und Ableitung von g. Schaubild von f und g.

$\boxed{2}$ Berühren zweier Kurven. Zeige dass sich K_f und K_g berühren.



$\boxed{3}$, $\boxed{4}$ Fläche zwischen den beiden Kurven und der senkrechten Asymptote.

$\boxed{5}$ Dreiecksinhalt F(u) von ABP mit P auf K_g.

$\boxed{6}$ Verhalten von F(u) für $u \to 8$.

e-Funktionen

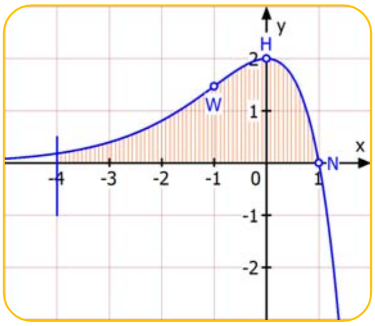
45051 $g_1(x) = e^{x-2}$ und $h_1(x) = e^{2-x}$.

Verschiebung und Spiegelung von $y = e^x$ und $y = e^{-x}$ und ähnliche Kurven.

Fläche zwischen K: $y = e^{x+4}$, H: $y = e^{-x+1}$ und der Geraden y = 1.

Zeichnung von $r(x) = 4 - e^{2-x}$ durch Ordinatenaddition.

45052 $f_k(x) = (k-2x) \cdot e^x$



1 Schnittpunkte mit der x-Achse und Extrempunkte.

2 Ableiten mit der Produktregel

3 Methode zur Berechnung von Extrempunkten

4 Methode zur Berechnung von Wendepunkten

5 Was ist eine Stammfunktion?
Berechnung durch integrieren oder ableiten, je nach Aufgabe.

7 Flächeninhalt mit einer Stammfunktion bestimmen

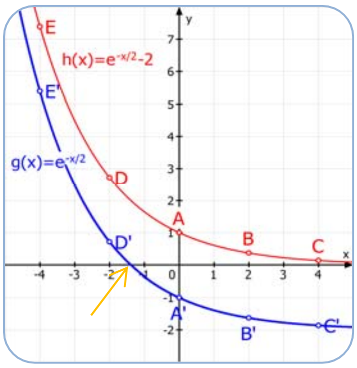
8 Waagrechte Asymptote für $x \to -\infty$

9 Grenzwertberechnung mit der Regel von de L'Hospital

10 Ortskurve der Hochpunkte

11 Welche Scharkurve geht durch $Q(u \mid v)$?

45053 $f(x) = e^{-x/2} - 2$



1 Wertetafel und Zeichnung von $f(x) = e^{-x/2} - 2$ erstellen.

2 Nullstellen berechnen mit „ln". Drei Logarithmus-Regeln.

3 und 4 Exponentialgleichungen lösen.

5 und 6 $f'(x) = a \cdot e^{ax+b}$ ableiten.

7 Extrempunkte berechnen.

8 Wendepunkte berechnen.

9 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -2$ und waagerechte Asymptote y = -2.

10 Dreiecksinhalt bestimmen.

11 Produktregel für Ableitungen.

12 Extremen Dreieckinhalt berechnen.

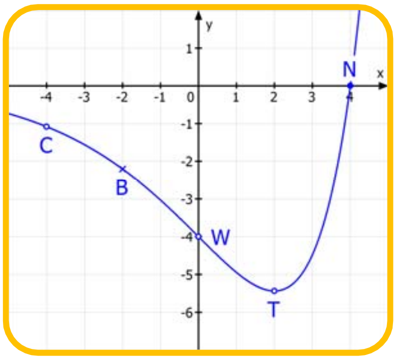
13 Randwerte der Flächeninhaltsfunktion bestimmen. Regel von de L'Hospital anwenden.

14 Regel von de L'Hospital erklären.

45054 $f(x)=(x-4)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$

$\boxed{1}$ Nullstellen von $f(x)=(x-4)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$. Vorarbeit: Produktregel der Ableitung

$\boxed{2}$ Zwei Ableitungen berechnen



$\boxed{3}$ Extrempunkte berechnen

$\boxed{4}$ Wendepunkte berechnen

$\boxed{5}$ Waagrechte Asymptote, Verhalten für $x\to-\infty$

$\boxed{6}$ Gleichung einer Normalen erstellen

$\boxed{7}$ Schnittpunkt von Normale und Kurve

$\boxed{8}$ und $\boxed{9}$ Dreiecksinhalt berechnen

$\boxed{10}$ Maximaler Dreiecksinhalt. Grenzwert mit de L'Hospital

$\boxed{11}$ Integralfläche bis ins Unendliche. Grenzwert mit de L'Hospital

$\boxed{12}$ Integration mit vorgegebener Stammfunktion

$\boxed{13}$ Integration mit partieller Integrationsformel. (Hohes Niveau)

45055 $f(x)=(e^x-2)^2$

$\boxed{1}$ Nullstellen von $f(x)=(e^x-2)^2$. Umformung von $\mathbf{e^x=2}$ nach $\mathbf{x_N=\ln(2)}$

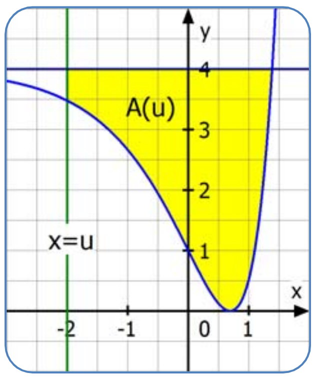
$\boxed{2}$ Drei Ableitungen berechnen: Kettenegel und Substitution.

$\boxed{3}$ Extrempunkte berechnen. Beweis von $e^{\ln(2)}=2$ und $e^{2\cdot\ln(2)}=\left(e^{\ln(2)}\right)^2=2^2=4$

$\boxed{4}$ Wendepunkte berechnen

$\boxed{5}$ Fläche zwischen K und Asymptote mit Integral berechnen.

$\boxed{6}$ und $\boxed{7}$ Fläche ins Unendliche fortsetzen



45056 $f_t(x) = x \cdot e^{t-x}$, $t \in \mathbb{R}$

1 Nullstellen.

2 Die 1. Ableitung mit der Produktregel berechnen:

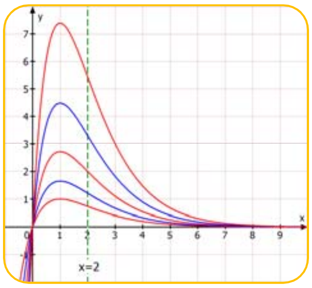
3 Die 2. und 3. Ableitung berechnen.
Zusatz für LK: Die Formel für die n-te Ableitung entdecken.

4 Extrempunkte berechnen.

5 Wendepunkte berechnen

6 Welche der Scharkurven geht durch $Q(2\,|\,5)$?
Erinnerung: Die Lösung der Gleichung $e^x = a$ schreibt man als $x = \ln(a)$.

7 Durch welche Punkte $Q(u\,|\,v)$ geht <u>keine</u> der Scharkurven?



8 Aufstellen einer Tangentengleichung.

9 Gleichung der Wendetangente ist gesucht.

10 Zeige: Alle Wendetangenten gehen durch denselben Punkt S.

11 K_t hat eine waagrechte Asymptote.

12 Beweis von 11 mit der **Regel von de L'Hospital**.

13 Fläche zwischen K_2, x-Achse und x = 2 mit **partieller Integration** (LK).

14 Partielle Integration zu Ende rechnen.

45057 $f_t(x) = t \cdot e^{-\frac{1}{t}x^2}$ $t > 0$

1 Nullstellen von $f_t(x) = t \cdot e^{-\frac{1}{t}x^2}$, Symmetrie und Asymptote von K_t.

2 Zwei Ableitungen mit Kettenregel und Produktregel berechnen:

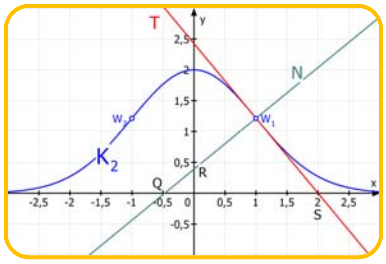
3 Extrempunkte berechnen.

4 Wendepunkte berechnen.

5 Aufstellen einer Tangentengleichung.

6 Gleichung der Wendetangente.

7 Schaubild von K_2.



8 Normale im rechten Wendepunkt; Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

9 P sei Punkt von K_t. Berechne die Extremwerte der Streckenlänge von OP.

45058 $f_k(x) = \dfrac{2e^x}{e^x - k}$, k>0

1 Dreierlei Asymptoten.

2 Zwei Ableitungen mit der Quotientenregel.

3 Berechnung von Extrempunkten.

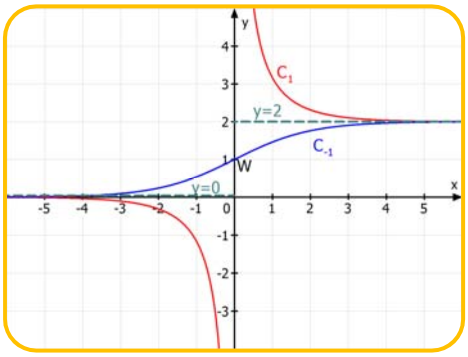
4 Berechnung von Wendepunkten.

5 Zwei Schaubilder der Schar.

6 Nachweis der Punktsymmetrie zu $Z(\ln(k) \mid 1)$.

7 Integralfläche mit Substitution berechnen.

8 Sind die Funktionen f_1 und f_{-1} umkehrbar?



45059 $f_t(x) = \dfrac{3t}{e^x + t}$, $t \in \mathbb{R}$

1 Definitionsbereich dieser Funktion.

2 Die 1. Ableitung mit Kettenregel oder mit Quotientenregel.

3 Die 2. Ableitung mit der Quotientenregel.

4 Extrempunkte.

5 Randwerte bestimmen:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f_t(x) = ?$ und $\lim\limits_{x\to\infty} f_t(x) = ?$

6 Wendepunkt berechnen.

7 Punktsymmetrie zum Wendepunkt

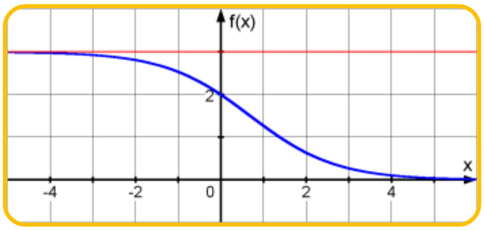
8 Fläche zwischen K_t, der Geraden y = 3, x = a und x = -a

Integration mit Substitution.

9 Warum ist f_2 umkehrbar?

10 Gleichung der Umkehrfunktion aufstellen.

Zeichnung und Punktbeispiel zur Umkehrung.



45060 $f_a(x) = (x+2a) \cdot e^{-ax}$

$\boxed{1}$ und $\boxed{2}$ Achsenschnittpunkte vom Schaubild K_a

$\boxed{3}$ Zwei Ableitungen.

$\boxed{4}$ Extrempunkt berechnen. Was bedeutet dabei $f_1''(x) < 0$ bzw. $f_1''(x) > 0$ (Krümmung)

$\boxed{5}$ Wendepunkt berechnen.

$\boxed{6}$ Punkt-Steigungsform für Tangenten- oder Normalengleichung.

$\boxed{7}$ Normalengleichung in $W(0\,|\,2)$ an K_1. Schnitt Normale und K_1.

$\boxed{8}$ Was ist eine Stammfunktion?

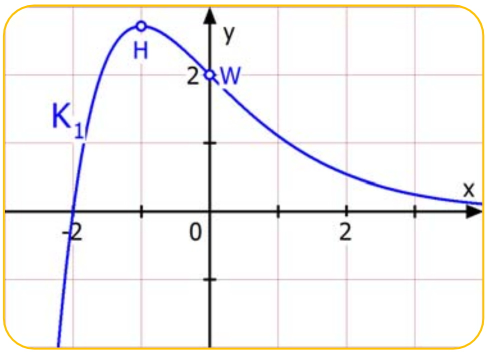
$\boxed{9}$ Partielle Integration.

$\boxed{10}$ Fläche zwischen Kurve und Normale – Integral.

$\boxed{11}$ Tangente von P an K_1 legen: Methode

$\boxed{12}$ Methode durchführen

$\boxed{13}$ Kurve mit waagrechter Tangente ist gesucht.



45061 $f_t(x) = (x+t)^2 \cdot e^{t-x}$

$\boxed{1}$ Zwei Ableitungen berechnen.

$\boxed{2}$ Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen bestimmen. Zeichnung von K_1.

$\boxed{3}$ Extrempunkte und Wendepunkte.

$\boxed{4}$ Berechnung des Grenzwertes $\lim\limits_{x\to\infty}\left[(x+1)^2 \cdot e^{1-x}\right]$. Geometrische Bedeutung?

$\boxed{5}$ Zeige mit Ableitung, dass $F(x) = \left(-x^2 - 4x - 5\right) \cdot e^{1-x}$ eine **Stammfunktion** von f_1 ist.

$\boxed{6}$ Zeige $\boxed{5}$ mit **partieller Integration**.

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Fläche zwischen K_1 und der x-Achse.

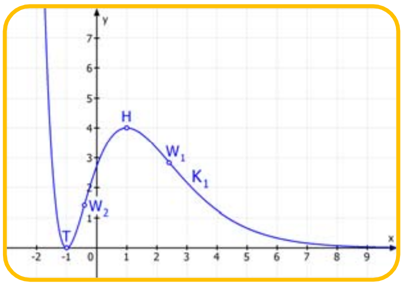
$\boxed{9}$, $\boxed{10}$ Für welche t liegt der Hochpunkt von K_t unterhalb der Geraden h: $y = 4e^2$?

$\boxed{11}$ Gleichung der **Ortskurve der Hochpunkte** $H\left(-t+2\,|\,4 \cdot e^{2t-2}\right)$.

$\boxed{12}$, $\boxed{13}$ Es sei $B(u\,|\,f_1(u))$ ein Punkt auf K_1 mit u > 0.

Stelle die Gleichung der Tangente T in B auf.

In welchen Punkten C und D schneidet T die Koordinatenachsen?



45062 $f(x)=\left(x^2+ax+b\right)e^{-x}$

$\boxed{1}$ Die Funktionsgleichung bestimmen.

$\boxed{2}$ Extrempunkte und Wendepunkte.

$\boxed{3}$ Waagrechte Asymptote durch den Grenzwert $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$ beweisen.
Regel von de L'Hospital.

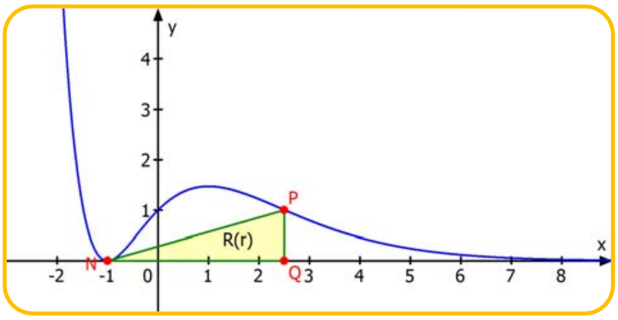
$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ Zeige mit Ableitung, dass $F(x)=-\left(x^2+4x+5\right)\cdot e^{-x}$ eine **Stammfunktion** von f ist.

$\boxed{6}$ Zeige $\boxed{5}$ mit **partieller Integration**.

$\boxed{7}$ Fläche zwischen K und der x-Achse.

$\boxed{8}$, $\boxed{9}$ Wo schneidet die Tangente im Hochpunkt K noch einmal?
Verwende das Newtonsche Iterationsverfahren.

$\boxed{10}$ Extremer Dreiecksinhalt



45063 $g(x)=t-e^{-x}$

$\boxed{1}$ Gegeben ist die Funktion $g(x)=t-e^{-x}$ für $x\in\mathbb{R}$ und t > 1.
Das Schaubild von g_t ist G_t. Bestimme drei gemeinsame Eigenschaften.

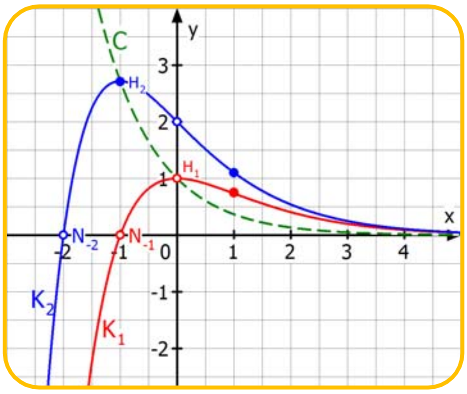
$\boxed{2}$ Eine Parabel berührt G_2 auf der y-Achse und schneidet G_2 auf der x-Achse.
Bestimmen Sie die Gleichung dieser Parabel.

$\boxed{3}$ $\bar{G}_t$ entsteht durch Spiegelung von G_t an der y-Achse.
Zeigen Sie, dass sich $\bar{G}_t$ und G rechtwinklig schneide

$\boxed{4}$ Berechnen Sie exakt den Wert von t, für den G_t mit den Koordinatenachsen eine Fläche mit dem Inhalt 1 einschließt.

45064 $f_t(x) = (x+t) \cdot e^{-x}$, $t \in \mathbb{R}$

1 Untersuche K_t auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie Extrempunkte.
Zeichne K_1 und K_2 in ein gemeinsames Achsenkreuz (x-Achse von -3 bis 5, y-Achse von -4 bis 4, LE 1 cm.)



2 Gib die Gleichung der Ortskurve aller Hochpunkte an.

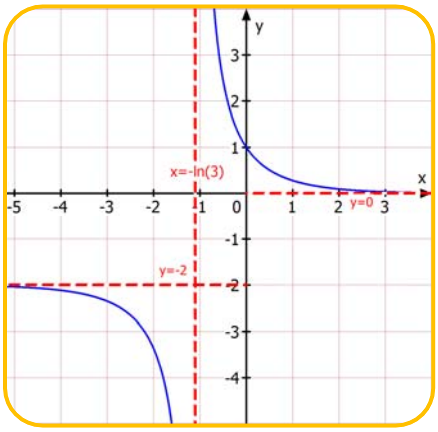
3 Die Gerade x = u mit u > 0 schneidet K_1 in Q und K_2 in P.
Für welchen Wert von t nimmt der Inhalt des Dreiecks OPQ einen extremen Inhalt an?
Gib diesen extremen Inhalt an und bestimme seine Art.

4 K_1, K_2 und die Koordinatenachsen begrenzen im 2. Feld eine Fläche A. Berechne ihren Inhalt.

5 K_1, K_2 , die y-Achse und die Gerade x = r mit r > 0 begrenzen eine Fläche B(u).
Berechne deren Inhalt sowie ihren Grenzwert B* für $r \to \infty$.

45065 $f(x) = \dfrac{2}{3 \cdot e^x - 1}$

1 Bestimme den Definitionsbereich, die Asymptoten und die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.



2 Untersuche f auf **Monotonie** und gib die Wertmenge von f an. Zeichne das Schaubild K von f für $-4 \le x \le 3$ mit Längeneinheit 1 cm.

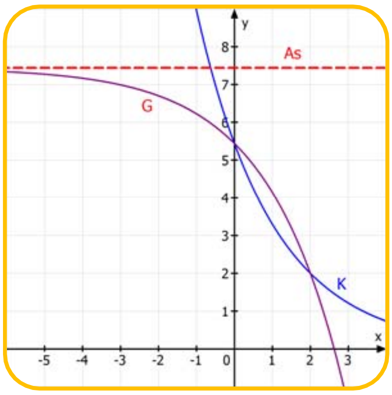
3 Begründe, warum f umkehrbar ist und gib die Gleichung der **Umkehrfunktion** g an.
Welchen Definitionsbereich hat g?

4 P (u I v) sei ein Punkt auf K im 1. Feld.
Die Koordinatenachsen und ihre Parallelen durch P begrenzen ein Rechteck.
Für welchen Wert von u ist der **Umfang des Rechtecks** am kleinsten?

5 Zeige, dass die Kurve C mit der Gleichung $y = \dfrac{2e^x}{3 - e^x}$ das **Spiegelbild** von K an der y-Achse ist. Welche Gleichung hat die Kurve L, die durch Spiegelung von K an der Geraden y = - 1 entsteht?

45066 $f(x)=2e^{1-0,5x}$ mit $x\in\mathbb{R}$ und

$g(x)=2e+2-2e^{0,5x}$ mit $x\in\mathbb{R}$



$\boxed{1}$ Zeichne K und G sowie die Asymptote von G in ein gemeinsames Koordinatensystem.
Gib die Gleichung der Asymptote von G an.

$\boxed{2}$ Zeige, dass die Nullstelle von g bei $2\cdot\ln(e+1)$ liegt.

$\boxed{3}$ Beschreibe, wie das Schaubild G aus der Kurve mit der Gleichung $y = e^x$ hervorgeht.

$\boxed{4}$ Berechne die Schnittpunkte von K und G.

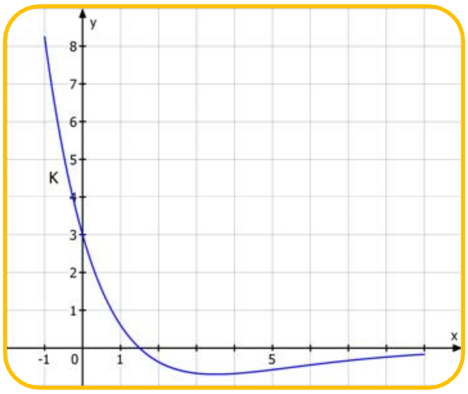
$\boxed{5}$ Bestimme die Schnittwinkel der Tangenten an Kund G im linken Schnittpunkt.

$\boxed{6}$ K begrenzt mit den Koordinatenachsen und der Geraden mit der Gleichung $x=a$ mit $a>0$ eine Fläche.

a) Berechne den Inhalt dieser Fläche.

b) Begründe, dass der Flächeninhalt den Wert 4e nicht annehmen kann.

45067



Gegeben ist der Graph einer Funktion f mit dem

Definitionsbereich $\mathbb{D}=[-1;9]$.

Ihre Gleichung hat die Form

$$f(x)=(ax+b)\cdot e^{cx}.$$

Ihr Schaubild sei K.

a) Bestimme a, b und c.

b) Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?
A: $f'(2)<0$
B: Das Schaubild von h' geht durch $Z(1,5\,|\,0)$

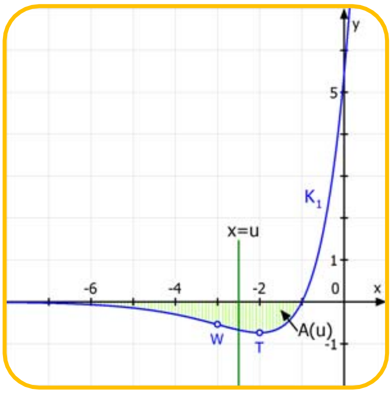
c) Berechne den Wendepunkt von K.
Verwende dazu diese Funktion: $f(x)=(2x-3)\cdot e^{-x/2}$

Beantworte damit die Frage: Hat die Gleichung $f'(x)=1$ eine Lösung?

d) Hat $\int_0^5 (2x-3)\cdot e^{-x/2}dx$ ein positives oder negatives Ergebnis?
Interpretiere deine Aussage.

45068 $f_a(x) = 2\cdot(x+a)\cdot e^{x+1}$, $a \in \mathbb{R}$

1 Bestimme Extrempunkte und Wendepunkt von K_1 sowie den Wertebereich von f_1.
Zeichne K_1.



2 K_1 schließt mit den Koordinatenachsen eine Fläche ein, die ins Unendliche reicht.
Berechne ihren Inhalt

3 Die Gerade mit der Gleichung $x = u$ mit u < -1 schneidet die x-Achse im Punkt A und K_1 in B.
So entsteht das Dreieck NAB mit $N(-1\,|\,0)$
Für welches u ist der Dreiecksinhalt maximal?

4 Bestimme die Gleichung der Ortskurve C aller Tiefpunkte der Schar.

5 Für a = 1 schließen K_1 und die Koordinatenachsen eine Fläche ein, die um die x-Achse rotiert.
Dabei entsteht ein Rotationskörper mit dem Volumen V_1.
Berechne V_1.

45069 *Zuerst eine physikalische Information*:

Exponentielle Abnahme der Strahlungsintensität bei Abschirmung.

Die von einem Röntgengerät ausgehende Strahlenbelastung kann durch eine Abschirmung aus Blei oder Aluminium reduziert werden.
Die Strahlungsintensität ohne Abschirmung wird mit I_O, die Strahlungsintensität mit Abschirmung wird mit I bezeichnet. I ist eine Funktion der Dicke der Abschirmplatten.
Der Anteil der Strahlung, der von der Abschirmung durchgelassen wird, nennt man **Transmission**.

Sie wird mit $\frac{I}{I_O}$ berechnet.

Zum Beispiel bedeutet $\frac{I}{I_O} = 0{,}3$, dass 30 % der Strahlung durchgelassen werden.

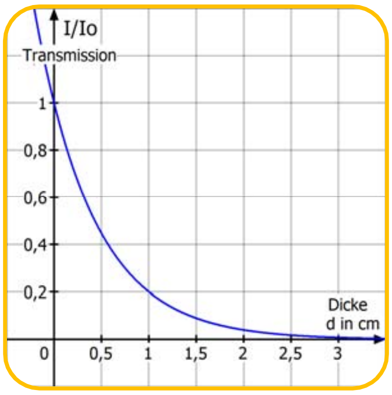
Der Zusammenhang zwischen der Transmission und der Dicke d (in cm) des abschirmenden Materials wird näherungsweise beschrieben durch

$$\frac{I}{I_O} = e^{-k \cdot d}$$

wobei k eine Materialkonstante ist, gemessen in $\frac{1}{\text{cm}}$.

Für Aluminium ist $k = 0{,}15$, für Blei gilt $k = 1{,}62$.

Für **Abschirmungen mit Blei** kann man den rechts dargestellten Zusammenhang verwenden.



Aufgabe

1 Bestimme die Materialkonstante k für Blei mit Hilfe dieses Diagramms.

2 Eine gewählte Blei-Abschirmung lässt nur 0,1 % der Strahlung durch.
Wie dick ist die Abschirmung?

3 Abschirmungen aus Blei und Aluminium bewirken bei gleicher Dicke unterschiedliche Transmissionen.
Skizziere die Differenz der beiden Transmissionen in Abhängigkeit von der Materialdicke.
Bestimmen Sie die größte Differenz. Bei welcher Dicke tritt sie auf?

4 Zur Abschirmung der von einem Röntgengerät ausgehenden Strahlung wird eine 51 kg schwere Bleiplatte der Dicke 5 cm verwendet.
Eine Platte aus Aluminium mit den gleichen Abmessungen wiegt 12,13 kg.
Der Kilogrammpreis für Blei liegt bei ca. 1,80 €, der für Aluminium bei ca. 1,90 €.

Weise nach, dass eine ebenso gut absorbierende Abschirmung aus Aluminium wesentlich teurer ist.

45070 $f_a(x)=\left(x^2-5a\right)\cdot e^{-x/2}$ $a\in\mathbb{R}$

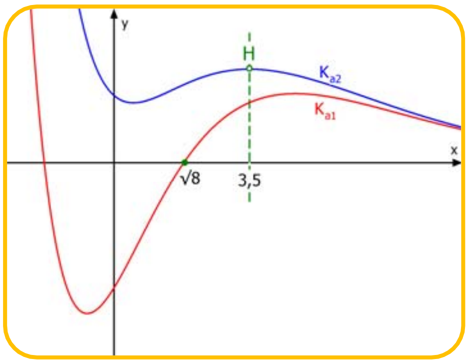
K_a ist das Schaubild von f_a.

1 Bestimme Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte von K_1.
Zeichne K_1.

2 In welchem Verhältnis teilt die y-Achse die Fläche, die von K_1 und der x-Achse begrenzt wird?
(Partielle Integration!)

3 Nun sei $a\in\mathbb{R}$ beliebig.
Für welches a hat K_a genau eine waagrechte Tangente.

4 Die beiden *Skizzen* zeigen zwei Schaubilder K_{a1} und K_{a2}.
Bestimme a1 und a2.



(Die Skizzen sind nicht maßstäblich.)

45071 $f_t(x)=-x\cdot\left(1-t\cdot e^{-x^2/4}\right)$ $a\in\mathbb{R}$

1 Berechne zwei Ableitungen.

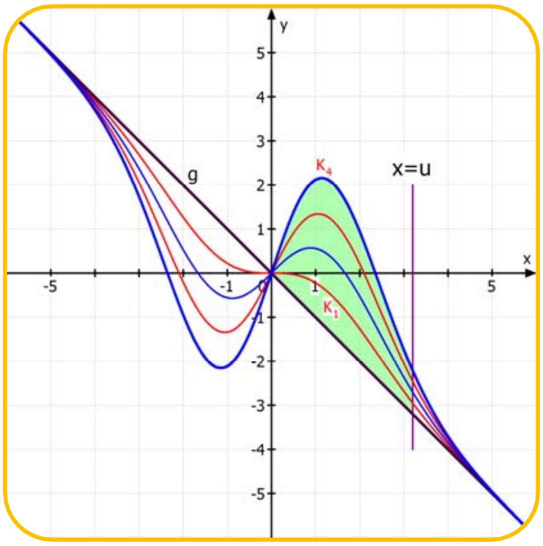
2 Untersuche K_t auf Symmetrie.

3 Welche Tangente hat K_t im Ursprung.

4 Berechne die Wendepunkte von K_t.

5 Welche Asymptoten hat K_t?

6 Berechne die Schnittpunkte von K_t mit der x-Achse.
Für welches t gibt es nur einen Schnittpunkt?



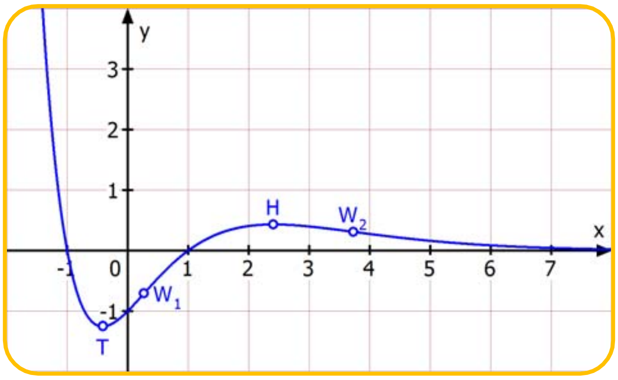
7 Zeichne K_1 und K_5 für $0\le x\le 4$

8 Berechne den Inhalt der Fläche zwischen g und K_4, die für $x\ge 0$ von der 2. Winkelhalbierenden und der Geraden mit der Gleichung $x = r\ (>0)$ eingeschlossen wird.
Berechne den Grenzwert für $r\to\infty$.

9 Berechne die für x > 0 ins Unendliche reichende Fläche zwischen K_t und K_{t+1}.

Wie kann man daraus auf die entsprechende Fläche zwischen K_7 und K_{15} schließen?

45072 $f(x)=\frac{x^2-1}{e^x}$ $a \in \mathbb{R}$



1 Berechne fünf (!) Ableitungen.

2 Wo schneidet K die Achsen?

3 Berechne die Extrempunkte von K.

4 Berechne die Wendepunkte von K.

5 Welche Asymptoten hat K_t?

6 Zeichne K für $-1{,}5 \le x \le 4$

7 Berechne den Inhalt A der Fläche, die K und der x-Achse eingeschlossen wird.

8 Für $x \ge 1$ und $t \ge 1$ schließen K, die x-Achse und die Gerade mit der Gleichung $x = t$ Eine Fläche mit dem Inhalt B(t) ein. Berechne B(t) und den Grenzwert B für $t \to \infty$.
Zeige: Für alle $t \ge 1$ ist $B(t) < A$.

Erhöhtes Niveau:

9 Erstelle für die Funktionenfolge der n-ten Ableitungen eine absolute Bildungsvorschrift.
Ergebnis: $f^{(n)}(x)=(-1)^n\cdot\left(x^2-2n\cdot x+n^2-n-1\right)\cdot e^{-x}$

10 Zeige, dass $f^{(-1)}$ eine Stammfunktion von f ist.
Beweise dies durch Ableiten und auch durch Integration.

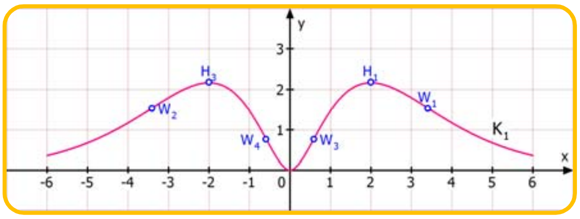
11 Beweise mit vollständiger Induktion, dass die angegebene Formel für $f^{(n)}$ die n-te Ableitung von f darstellt.

45073 $f_t(x) = 4x^2 \cdot e^{-t \cdot |x|}$ mit $t \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$.

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = 4x^2 \cdot e^{-t \cdot |x|}$ mit $t \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$.
K_t ist das Schaubild von f_t.

$\boxed{1}$ Zeige, dass f_t bei x = 0 genau zweimal differenzierbar ist.

$\boxed{2}$ Untersuche K_1 auf Symmetrie, Asymptoten und Schnittpunkte mit der x-Achsen.



$\boxed{3}$ Berechne die Extrempunkte von K_1.

$\boxed{4}$ Berechne die Wendepunkte von K_1.

$\boxed{5}$ Zeichne K_1 im Bereich $-6 \le x \le 6$ mit LE 1 cm.

$\boxed{6}$ Bestimme $a \in \mathbb{R}$ in Abhängigkeit von t so, dass das Schaubild von g_a mit

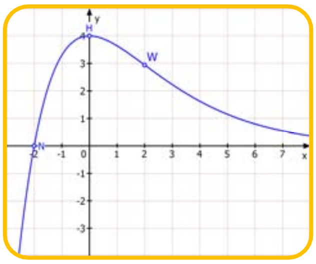
$$g_a(t) = a|x| \quad \text{mit} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

das Schaubild K_1 in zwei Punkten berührt.

Gib die Gleichung der Ortskurve an, auf der die Berührpunkte liegen, wenn t alle zulässigen Werte durchläuft.

$\boxed{7}$ K_1 schließt mit der x-Achse und der Geraden k: x = u für u > 0 eine Fläche ein. Berechne den Inhalt A(u) dieser Fläche und davon den Grenzwert A* für $u \to \infty$.

45074 $f_t(x) = 2(tx+2)\cdot e^{-\frac{t}{2}x}$ für $t \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. K_t sei der Graph von f_t.



1 Untersuche K_t von auf Schnittpunkte mit der x-Achse.

2 Bestimme die Asymptoten von K_t.

3 Berechne drei Ableitungen von f_t.

4 Berechne die Extrempunkte von K_t.

5 Berechne die Wendepunkte von K_t.

6 Zeichne K_1 im Bereich $-2{,}5 \le x \le 7$ mit 1 LE = 1 cm.

7 Vom Punkt $A(-3\,|\,0)$ aus wird die Tangente an das Schaubild K_1 im 2. Feld gelegt. Welche Gleichung hat diese Tangente?

8 Die Wendetangente an K_t bildet zusammen mit den Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck. Für welchen Wert von t ist dieses Dreieck gleichschenklig?

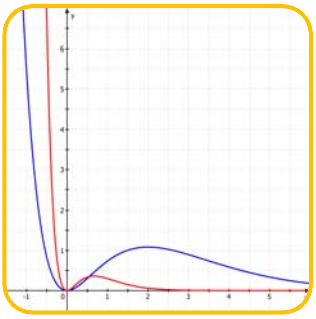
9 Zeige, dass der Wendepunkt die Hypotenuse dieses Dreiecks in einem von t unabhängigen Verhältnis teilt.

10 Die Gerade mit der Gleichung x = a mit $a > \frac{1}{2}$ schneidet K_1 in P und die x-Achse in Q. Die Punkte P, Q und $R\left(-\frac{1}{2}\,|\,f_1\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ bilden ein Dreieck. Für welchen Wert von a wird der Flächeninhalt des Dreiecks maximal?

11 Berechne den Inhalt A(z) der Fläche, die begrenzt wird von K_t, der Geraden mit der Gleichung x = z mit $z > \frac{2}{t}$, der x-Achse und der Ursprungsgeraden durch den Punkt $W_t\left(\frac{2}{t}\,|\,f_t\left(\frac{2}{t}\right)\right)$

Bestimme $\lim\limits_{z\to\infty} A(z)$.

45075 $f_t(x) = 2tx^2\cdot e^{-tx}$ für $t \in \mathbb{R}/\{0\}$. K sei der Graph von f_t.



1 Berechne zwei Ableitungen

2 Zeige, dass K_1 und K_3 zueinander symmetrisch liegen.

3 Welche Asymptoten hat K_t?

4 Berechne die Extrempunkte von K_2

5 Berechne die Wendepunkte von K_2.

6 Unten sind die Kurven K_1 und K_3 eingezeichnet. Zeichne K_2 auf diesem Blatt ein. Beweise, dass K_3 für x > 1 zwischen K_1 und der x-Achse liegt.

7 Bestimme die Ortskurve aller Extrempunkte von K_t und zeichne diese in das vorhandene Achsenkreuz ein.

8 Bestätige durch Integration, dass die Funktion F2 mit $F_2(x) = -\left(2x^2 + 2x + 1\cdot e^{-2x}\right)$ eine Stammfunktion von f_2 ist.

9 Die x-Achse, die Gerade mit der Gleichung x = 1 und K2 begrenzen eine Fläche. Berechne deren Inhalt.

Ln-Funktionen

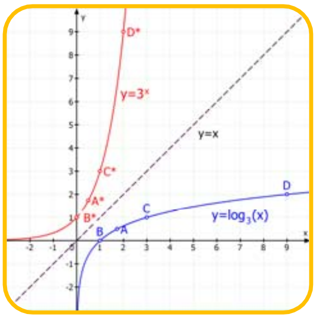
46201 Potenzen und Logarithmen

1 Zusammenhang zwischen Potenzen, Basis, Exponent und Logarithmus.

2 Berechnung einfacher Logarithmen über die Umwandlung in Potenzen.

3 Werte der Funktion $y = f(x) = \log_2 x$, Schaubild von f und der Potenzfunktion $y = 2^x$.

4 Werte der Funktion $y = f(x) = \log_3 x$, Schaubild von f und der Potenzfunktion $y = 3^x$.



5 Eulersche Zahl und natürlicher Logarithmus Ln. $y = \ln(x)$

6 Potenzgesetze, Logarithmusregeln, Logarithmusgleichungen

7 Lösungen

8 Kompliziertere Logarithmusgleichungen.

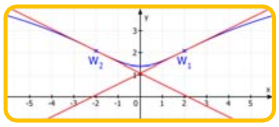
9 Lösungen

46202 $f(x) = \ln(x^2 + 4)$ $g(x) = \ln\left(8 - \frac{1}{2}x^2\right)$ $k(x) = \ln(x^2 - 4x)$

1 $f(x) = \ln(x^2 + 4)$: Symmetrieverhalten, Nullstellen, Definitionsbereich.

2 Zwei Ableitungen: Kettenregel und Quotientenregel.

3 Extrempunkte, Wertmenge, Wendepunkte.



4 Gleichungen der Wendetangenten mit der Punkt-Steigungsform erstellen.

5 (Näherungs-)Parabel durch den Tiefpunkt und die zwei Wendepunkte. Zeichnung.

6 Fläche zwischen der Näherungsparabel und den Wendetangenten.

7 Neue Aufgabe: $g(x) = \ln\left(8 - \frac{1}{2}x^2\right)$

8 Symmetrieverhalten, Nullstellen, Definitionsbereich, Asymptoten

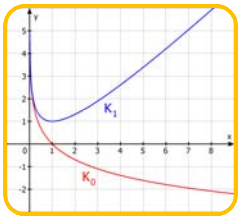
9 Extrempunkte, Wertmenge, Wendepunkte und Zeichnung.

10 Neue Aufgabe: $k(x) = \ln(x^2 - 4x)$

11 Nullstellen, Definitionsbereich, Asymptoten

12 Symmetrieverhalten.

46203 $f_a(x) = a \cdot x - \ln(x)$



$\boxed{1}$ Für welche Werte von a besitzt K_a einen Tiefpunkt?

$\boxed{2}$ Auf welcher Kurve C liegen diese Tiefpunkte?

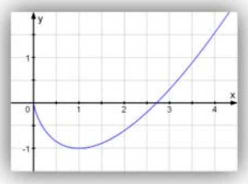
$\boxed{3}$, $\boxed{4}$ Welches Verhalten zeigen die K_a, die keinen Tiefpunkt besitzen?

$\boxed{5}$ Für welche Werte von a besitzt f_a eine Nullstelle?

$\boxed{6}$ Lege von $A(0\,|\,1)$ die Tangente an K_a. Bestimme den Berührpunkt und die Tangente.

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Lege in $B_a(z\,|\,f_a(z))$ die Tangente an K_a,
Zeige, dass sich bei festem z alle Tangenten in einem Punkt Q schneiden.

46204 $f_t(x) = x \cdot \ln(x) - tx$



$\boxed{1}$ Nullstellen, EP und WP.

$\boxed{2}$ Verhalten am Rand des Definitionsbereichs $\mathbb{D} = \left]\,0\,;\infty\,\right[$

$\boxed{3}$ Fläche zwischen K, der x-Achse und der Geraden x = r mit 0 < r < e,
Beweis der gegebenen Stammfunktion (GK)

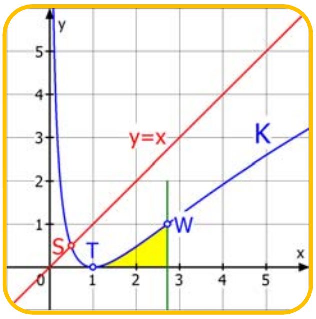
$\boxed{4}$ Berechnung der Stammfunktion mit partieller Integration (LK)

$\boxed{5}$ Dreieck aus Tangente und den Koordinatenachsen.

$\boxed{6}$ Dreiecksinhalt berechnen. Zwei Ableitungen der Inhaltsfunktion.

$\boxed{7}$ Nachweis des minimalen Inhalts

46205 $f(x) = [\ln x]^2$



$\boxed{1}$ Nullstellen, Extrempunkte

$\boxed{2}$ Wendepunkte, Schaubild.

$\boxed{3}$ Randwerte und Asymptoten

$\boxed{4}$ Fläche zwischen K, x-Achse und x = e.

$\boxed{5}$ Berechnung mit partieller Integration (LK-Version)

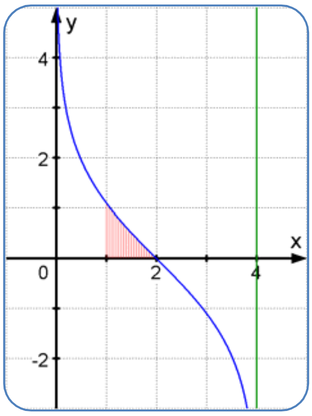
$\boxed{6}$ Berechnung mit der GK-Version

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Schnittpunkt von y = x und K mit dem Newtonschen Näherungsverfahren

$\boxed{9}$, $\boxed{10}$ Fläche eines Rechtecks soll ein Maximum werden

Grenzwert Berechnung mit „de L'Hospital".

46206 $f(x)=\ln\frac{4-x}{x}$



1 Nullstellen, Definitionsbereich und Randwerte.

2 Zwei Ableitungen berechnen.

3 Extrem- und Wendepunkte

4 Nachweis einer Punktsymmetrie.

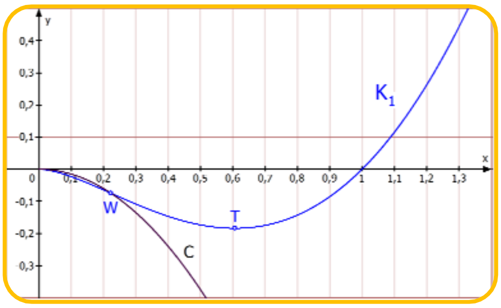
5 Fläche zwischen K, x-Achse und der Geraden x = 2.

6 Fläche $A(r)$ zwischen K, x-Achse und der Geraden x = r mit 0<r<2.

Grenzwert für $r \to 0$

46207 $f_t(x)=x^2\cdot\ln(tx)$

1 Gib den Definitionsbereich von f_t an und berechne die Schnittpunkte des Graphen K_t von f_t mit der x-Achse.



2 Berechne drei Ableitungen.

Bestimme für das Schaubild K_t von f_t die Schnittpunkte mit der x-Achse.

3 Welche Extrempunkte hat K_t?
Welche Rolle spielt dabei der Ursprung?
Für welches t ist $x_E = \frac{1}{\sqrt{e}}$ eine Extremstelle von f_t ?

4 Bestimme die Wendepunkte von K_t und deren Ortskurve-

5 Zeichne K_1 im Bereich $0 < x \le 1{,}4$ mit 1 LE = 10 cm.

6 Zeige durch Integration, dass F_t mit $F_t(x)=\frac{1}{9}x^3\cdot(3\cdot\ln(tx)-1)$ eine Stammfunktion von f_t ist.

7 K_1 , die x-Achse und die Geraden x = u mit 0<u<1 begrenzen eine Fläche.

Bestimme den Inhalt A(u) dieser Fläche und deren Grenzwert für $u \to 0$.

8 $P_t(u\,|\,v)$ mit $0<u<\frac{1}{t}$ sei ein Punkt von K_t.

Das Lot von P_t auf die x-Achse, die Strecke OP_t und die x-Achse bilden ein Dreieck.

Für welchen Wert von u nimmt der Dreiecksinhalt einen Extremwert an?

Bestimme die Größe und die Art des Extremums.

46208 $f_t(x)=\begin{cases} tx^2\left(1-\ln\frac{x^2}{t}\right) & \text{für } x\in\mathbb{R}\setminus\{0\} \\ 0 \end{cases}$

$\boxed{1}$ Berechne drei Ableitungen

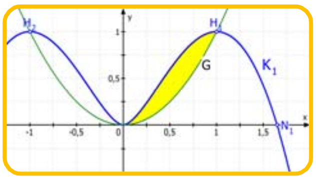
$\boxed{2}$ Untersuche den Graphen K_t von f_t auf Symmetrie.

$\boxed{3}$ Zeige, dass die Funktion f_t an der Stelle x = 0 stetig und differenzierbar ist.

$\boxed{4}$ Schnittpunkte mit der x-Achse.

$\boxed{5}$ Welche Extrempunkte hat K_t?

$\boxed{6}$ Bestimme die Wendepunkte von K_t und deren Ortskurve.



$\boxed{7}$ **Zeichne K_1 im Bereich $-2\le x\le 2$ mit 1 LE = cm.**

$\boxed{8}$ Im Kurvenpunkt $P(u\,|\,f_1(u))$ mit u > 0 wird die Tangente an K_1 gelegt.
Für welche u schneidet diese Tangente die negative y-Achse?

Für welches u liegt dieser Schnittpunkt Q am tiefsten?

$\boxed{9}$ Die Parabel $y=x^2$ und K_1 begrenzen für $x\ge 0$ eine Fläche.
Berechne deren Inhalt.

46209 $f_t(x)=t\cdot\ln(x)\cdot(t-\ln(x))$

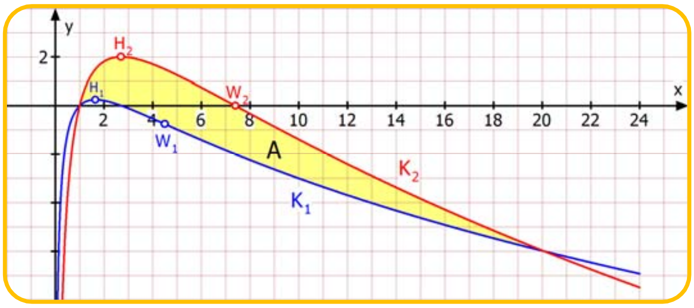
$\boxed{1}$ Untersuche K_t auf Schnittpunkte mit der x-Achse.

$\boxed{2}$ Welche Asymptoten hat K_t?

$\boxed{3}$ Bestimme die Extrempunkte von K_t

$\boxed{4}$ Bestimme die Wendepunkte von K_t

$\boxed{5}$ Zeichne K_1 und K_2 für $0<x\le 21$.



$\boxed{6}$ Bestimme t so, dass der Wendepunkt von K_t auf der x-Achse liegt.

$\boxed{7}$ Für welches t schneidet die Tangente an K_t in $N(e^t\,|\,0)$ die y-Achse in $P(0\,|\,1)$?

$\boxed{8}$ Berechne den Inhalt, der von K_1 und K_2 eingeschlossenen Fläche.

$\boxed{9}$ Die Kurven K_1 und K_2 schneiden für $1<a<e^3$ aus der Geraden mit der Gleichung x = a eine Strecke aus. Bestimme die Länge dieser Strecke in Abhängigkeit von a, und berechne a so, dass die Länge maximal wird. Gib die maximale Länge an.

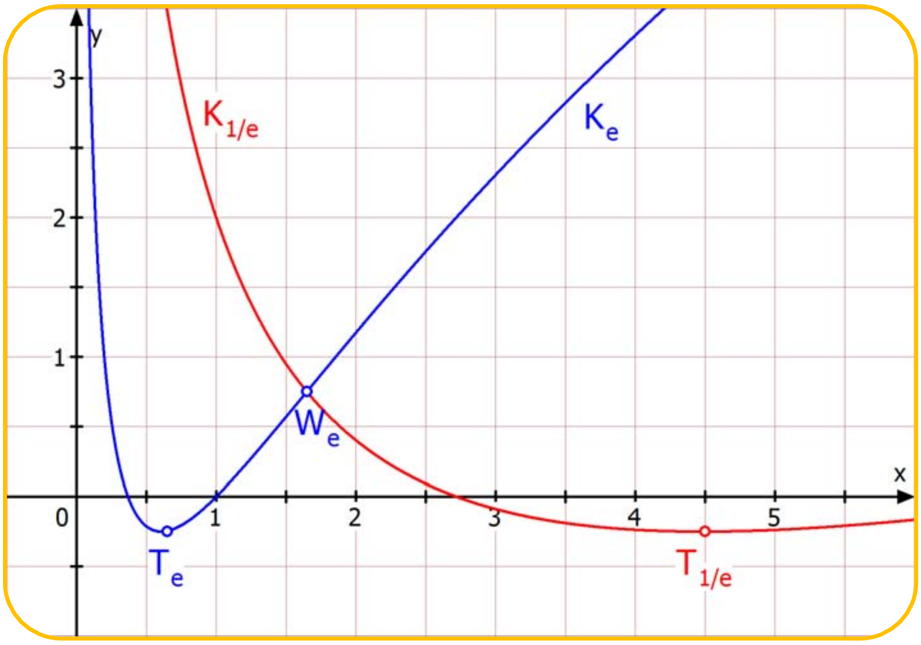
46210 $f_a(x) = \left(\ln(ax) - 1\right) \cdot \ln(ax)$

1 Untersuche K_a auf Schnittpunkte mit der x-Achse.

2 Bestimme die Extrempunkte von K_t

3 Bestimme die Wendepunkte von K_t

4 Zeichne K_a mit $a = e$ und $a = e^{-1}$ für $0 < x \leq 8$ mit LE 2 cm.



5 Zeige, dass K_e und $K_{e^{-1}}$ genau einen Punkt gemeinsam haben.

6 Lege vom Ursprung die Tangenten an K_a. Berechne die Berührpunkte. (Zumindest deren x-Koordinaten,

7 Bestimme die Gleichung der Normalen zu K_a im Punkt $W_a\left(\frac{e\sqrt{e}}{a} \mid \frac{3}{4}\right)$.

8 Bestätige durch Integration, dass $F_a(x) = x \cdot \left(\ln(ax)\right)^2 - 3x \cdot \ln(ax) + 3x$ eine Stammfunktion von f_a ist.

9 Berechne den Inhalt der Fläche, die von K_a und der x-Achse begrenzt wird.

46211 $f(x)=\ln\frac{x-1}{x}$ und $g(x)=-\ln(x)$

1 Bestimme den maximalen Definitionsbereich D_f von f.

2 Untersuche K auf Asymptoten.

3 Zeige, dass K weder Extrem- noch Wendepunkte hat.

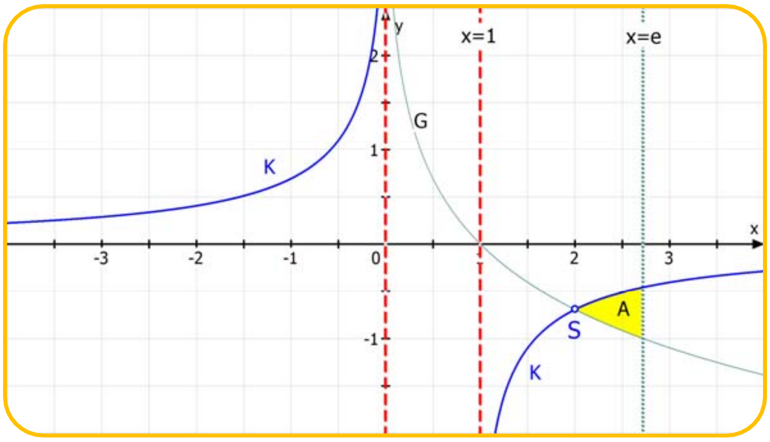
4 Zeichne K und G für $-4 \le x \le 4$ mit LE 2 cm.

5 Berechne den Schnittpunkt von K und G.

6 K und G und die Gerade h: x = e begrenzen eine Fläche.
Berechne deren Inhalt.

7 Bestimme die Gleichung der Tangente in $P(u \mid g(u))$ an G.
Für welche u schneidet diese Tangente die positive x-Achse?

8 Die Gerade mit der Gleichung $y=-\frac{1}{u}\cdot x+1-\ln(u)$
schneidet die Koordinatenachsen in Q und R.
Für welches u hat das Dreieck OQR einen maximalen Flächeninhalt?
Berechne diesen Inhalt.

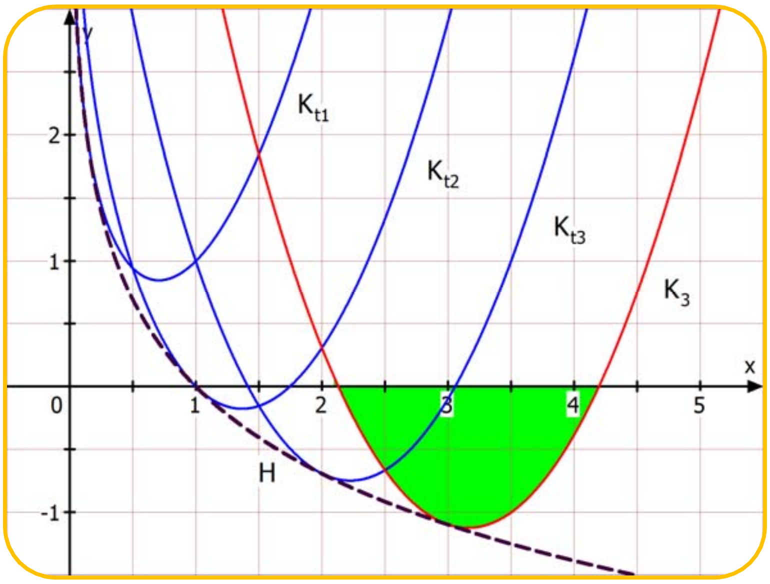


46212 $f_t(x)=(x-t)^2-\ln(x)$ mit $t\in\mathbb{R}$.

K_t sei das Schaubild von f_t.

Außerdem ist gegeben:
$h(x)=-\ln(x)$
mit dem Schaubild H

Die Abbildung zeigt die Schaubilder H, K_3, K_{t1}, K_{t2} und K_{t3}, wobei t_1, t_2 und t_3 ganzzahlig sind.



$\boxed{1}$ Lies Näherungswerte der Koordinaten des Tiefpunktes von K_3 aus der Zeichnung ab. Berechne zur Überprüfung dieser Werte die Koordinaten des Tiefpunktes von K_3.

$\boxed{2}$ $N_1(x_1\,|\,0)$ und $N_2(x_2\,|\,0)$ sind die Schnittpunkte von K_3 mit der x-Achse. Berechne auf 3 Nachkommastellen gerundet den Inhalt der gefärbten Fläche, die K_3 mit der x-Achse einschließt. Verwende dabei die Näherungswerte 2,130 für x_1 und 4,198 für x_2.

$\boxed{3}$ Berechne die Abszisse des Tiefpunktes von K_t.

$\boxed{4}$ Welche Beziehung muss für zwei verschiedene Werte von t gelten, wenn sich die Schaubilder der zugehörigen Funktionen f_t schneiden sollen?

$\boxed{5}$ Identifiziere die sechs Schnittpunkte der Abbildung mit den Schnittpunkten der Kurven. Beispielsweise sei S23 der Schnittpunkt $K_2\cap K_3$ unter Verwendung des Ergebnisses von $\boxed{4}$.

$\boxed{6}$ Zeige, dass nur für t >0 die Kurve H jedes Schaubild K_t berührt. Berechne die Koordinaten des Berührpunktes.

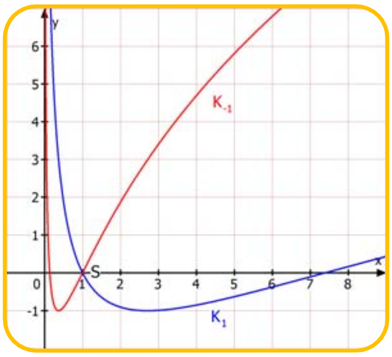
$\boxed{7}$ Der Tiefpunkt von K_t liegt auf der Kurve mit der Gleichung $y=\frac{1}{4x^2}-\ln(x)$.

Für welchen Wert von t berührt Kt die x-Achse?
Bestimme die Berührstelle mit einem geeigneten Näherungsverfahren auf drei Nachkommastellen gerundet.

46213

Für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = \ln^2(x) - 2t \cdot \ln(x)$

Das Schaubild von f_t sei K_t.



1 Untersuche K_t auf Schnittpunkte mit der x-Achse und senkrechte Asymptoten

2 Berechne drei Ableitungen.

3 Bestimme die Extrempunkte von K_t.

4 Bestimme die Wendepunkte von K_t.
Für welche t liegt der Wendepunkt von K_t auf der x-Achse?

5 Zeige, dass alle Schaubilder K_t genau einen gemeinsamen Punkt haben.

6 Zeichne K_1 und K_{-1} für $0 < x \le 8$ mit 1 LE = 1 cm.

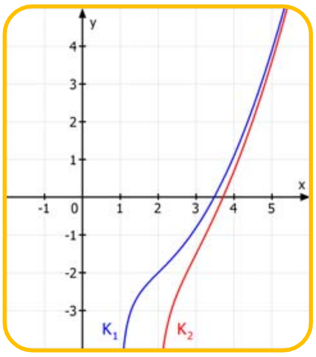
7 Weise nach, dass die Wendepunkte von K_t auf dem Schaubild der Funktion $-f_1$ mit $x > 0$ liegen.

8 Das Schaubild K_t hat bei x = 1 die Tangente g und bei $x = e^{2t}$ die Tangente h.
Zeige, dass die Schnittpunkte von g bzw. h mit der y-Achse den gleichen Abstand vom Ursprung haben.

9 Zeige, dass F_t mit $F_t(x) = x \cdot \left[\ln^2(x) + 2 \cdot (1+t)(1 - \ln(x))\right]$ eine Stammfunktion von f_t ist.

10 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, welche von K_t mit der x-Achse im 4 Quadranten eingeschlossen wird. Welchen Inhalt erhält man für t = 1 ?

46214



Für jedes $a \in \mathbb{R}_0^+$ ist f_a gegeben durch $f_a(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \ln(x-a)$

Das Schaubild von f_a sei K_a.

1 Gib die maximale Definitionsmenge $\mathbb{D}_a$ an.

2 Für welchen Wert von a geht K_a durch den Punkt P(3|-1,5)?

3 Bestimme mit einem Näherungsverfahren die Nullstelle von f_2 auf drei Dezimalen gerundet.

4 Bestimme die Ortskurve der Wendepunkte von K_a.

5 Zeichne diese Ortskurve sowie K_1 und K_2 in ein gemeinsames Koordinatensystem.

6 Die Parabel mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ und die x-Achse begrenzen eine Fläche.
K_2 teilt diese Fläche in zwei Flächenstücke. Berechne den Inhalt eines dieser Flächenstücke.
Verwende dabei $N(3{,}7 \mid 0)$ als Achsenschnittpunkt von K_2.

7 Zeige: Das Schaubild K_a hat keinen Extrempunkt.

Trigonometrische Funktionen

47021 Es geht um Funktonen dieses Typs: $y = a \cdot \sin(bx + c)$

1 Der Unterschied zwischen Gradmaß und Bogenmaß.

2 Wichtige Punkte der Kurve $y = \sin(x)$

3 $y = \sin(x + c)$ $y = \sin(x - \pi)$ und $y = \sin(x + 4)$ Verschiebung in x-Richtung

4 $y = \sin(x) + 1$ und $y = \sin(x) - 2$ entsteht durch eine Verschiebung in y-Richtung

5 Schräge Verschiebung $y = \sin(x - 1) + 2$, $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2$, $y = \sin(x \pm \pi)$

$y = \sin\left(x - \frac{2}{3}\pi\right) + 3$

6 $y = 2 \cdot \sin(x)$ und $y = -3 \cdot \sin(x)$ Streckung in y-Richtung

7 $y = \sin(2x)$ und $y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ Streckung in x-Richtung.

$y = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ Zentrische Streckung

8 $y = \sin\left(2x - \frac{1}{2}\pi\right) - 1$ $y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$ Verschiebung einer gestreckten Kurve

9 Nullstellen finden:

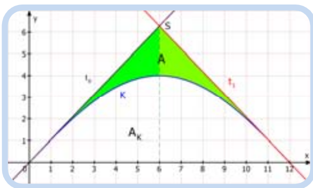
$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, $y = 2 \cdot \sin(x) + 1$, $y = 4 \cdot \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)$, $y = 4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2$

47022 $f(x) = 4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right)$

1 Streckungen in x-Richtung und in y-Richtung. Periode der Kurve?

2 Erstellung des Schaubilds. Berechnung wichtiger Kurvenpunkte aus Punkten der Kurve y = sin(x) mit Hilfe der Doppelstreckung.

3 Abbildungsgleichung der Doppelstreckung



4 Hochpunkt mittels Doppelstreckung ermitteln.

5 Wie bildet man y = sin(x) mit der Doppelstreckung ab?

6 Berechnung der 1. Ableitung.

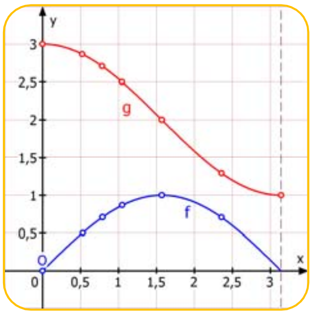
7 Wie viele Schnittpunkte hat eine Ursprungsgerade mit K?

8 Fläche zwischen K und zwei Tangenten. (Krummliniges Dreieck)

9 Berechnung des Integrals mittels innerer Ableitung

10 Alternative Berechnung des Integrals mittels Substitution

47023 $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = a + \cos(x)$



$\boxed{1}$ Wie zeichnet man die Schaubilder?

$\boxed{2}$ Für welches a berühren sich die Kurven?

$\boxed{3}$ Fläche zwischen den Kurven (Integral).

$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ Länge einer Strecke zwischen den Kurven

$\boxed{6}$ Wo liegt die kürzeste Strecke (Extremwertaufgabe)

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Zwei Tangenten erzeugen ein Viereck. Nachweis Parallelogramm.

$\boxed{9}$ Inhalt des Parallelogramms

47024 $f_t(x) = \left(\frac{1}{2} - \cos(x)\right)^2$

$\boxed{1}$ Symmetrienachweis für diese Kurve. Schaubilder mit zweierlei Einheiten.

$\boxed{2}$ Wir berechnet man die Periode dieser Kurve bzw. Funktion?

$\boxed{3}$ Nun werden die Nullstellen von f gesucht.

$\boxed{4}$ Die Wertmenge von f ist nicht einfach zu finden.

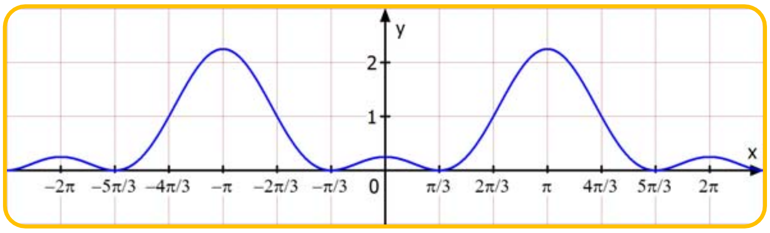
$\boxed{5}$ Berechnung von zwei Ableitungen.

$\boxed{6}$ Berechnung der Extrempunkte.

$\boxed{7}$ Bestimmung des Wendepunkts im 2. Feld..

$\boxed{8}$ Welche Kurve 4. Grades geht durch die drei inneren Extrempunkte von K?

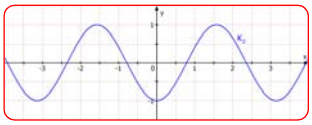
$\boxed{9}$ Die Gerade $y = \frac{1}{4}$ schneidet K mehrfach. Nachweis, dass zwei Strecken gleich lang sind.



47025 $f_t(x) = t \cdot \sin^2(x) - 1$ mit $t > 0$.

$\boxed{1}$ Symmetrienachweis für diese Kurve. Zwei Ableitungen, Periode.

Umrechnung in die Form $f(x) = \sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2x)$



$\boxed{2}$ Extrempunkte

$\boxed{3}$ Wendepunkte

$\boxed{4}$ $g(x) = a \cdot \sin(x) + b$: Für welche a und b schneidet der Graph G von g K_2 senkrecht?

$\boxed{5}$ An welchen Stellen haben G und K_2 dieselbe Steigung?

$\boxed{6}$ K_2 und G begrenzen in der Abbildung zwei Flächen. Berechnung der Schnittstellen.

$\boxed{7}$ Berechnung der Fläche A_1 (Anfang)

$\boxed{8}$ 1. Lösungsweg: Angabe der Stammfunktion mit Ableitungs-Beweis.

$$\int \sin^2(x)\, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin(x) \cdot \cos(x) \qquad (*)$$

$\boxed{9}$ 2. Lösungsweg: Methode der partiellen Integration die Herleitung von(*).

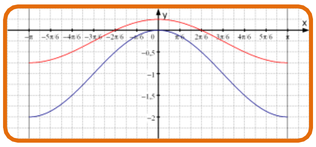
$\boxed{10}$ Komplette Berechnung von A_1 mit der Stammfunktion aus $\boxed{8}$ oder $\boxed{9}$.

$\boxed{11}$ Mehrere Ansätze für das Integral zur Fläche A_2.

47026 $f(x) = t \cdot \cos(x) - t^2$

$\boxed{1}$ Zwei Schaubilder von Scharkurven zeichnen und deren Nullstellen berechnen.

$\boxed{2}$ Extrempunkte auf K_t berechnen



$\boxed{3}$ Nun werden die Wendepunkte berechnet

$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ Gemeinsame Punkte der x-Achse und K_t.

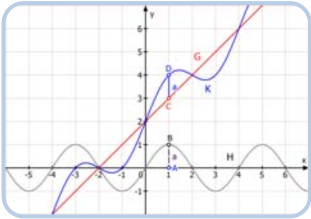
$\boxed{6}$ Durch welche Punkte der y-Achse geht eine der Kurven K_t?

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Fläche zwischen $K_{1/2}$ und der x-Achse.

$\boxed{9}$ Fläche zwischen K_t und den Normalen in den Wendepunkten.

$\boxed{10}$ Extremwert der Fläche aus $\boxed{10}$ bestimmen.

47027 $f_t(x)=x+t+\sin\left(\frac{\pi}{t}x\right)$



$\boxed{1}$ Zwei Ableitungen von f_2.

Erzeugung von K_2 durch Superposition.

$\boxed{2}$ Berechnung d er Extrempunkte von K_2.

$\boxed{3}$ Flächenberechnung mit Integral.

$\boxed{4}$ Die Gerade y = x+t zerteilt die Fläche. Gesucht ist das Flächenverhältnis der Teile.

$\boxed{5}$ K_2 wird ersetzt durch einen Parabelbogen. Parabelgleichung ?

$\boxed{6}$ Parabelfläche ist gesucht.

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Tangente von B an die Parabel legen.

$\boxed{9}$ Zeige, dass $y=x+1$ eine Tangente an K_2 ist.

Zusatz für Fortgeschrittene: Scherung als Abbildung

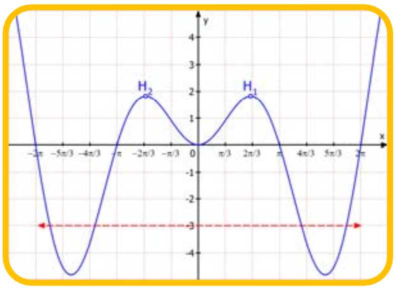
$\boxed{10}$ Scherung an der x-Achse

$\boxed{11}$ Scherung an der y-Achse

$\boxed{12}$ bis $\boxed{15}$ Scherung an der Achse x = -2

$\boxed{16}$ K_2 entsteht aus $g(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ durch eine **Scherung in y-Richtung**. ☹

47028 $f(x)=x\cdot\sin(x)$



$\boxed{1}$ Symmetrie und Schaubild.

$\boxed{2}$ Nullstellen.

$\boxed{3}$ Extrempunkt. Dazu Ableitung mit der **Produktregel**.

$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ **Newtonsches Iterationsverfahren.**

$\boxed{6}$ Eine **Normale** in $P\left(u\,|\,f(u)\right)$ schneidet die y-Achse.

$\boxed{7}$ Grenzlage der Normale, wenn $u\to 0$. $\lim\limits_{u\to 0}\frac{\sin(u)}{u}=1$

$\boxed{8}$ Schnitt von K und G: $y=a\cdot\sin(x)$.

$\boxed{9}$, $\boxed{11}$ Für welches a sind die beiden Teilflächen gleich groß?

$\boxed{10}$, $\boxed{11}$ Berechnung von $\int x\cdot\sin(x)dx=\left[\sin(x)-x\cdot\cos(x)\right]$ mit **partieller Integration**.

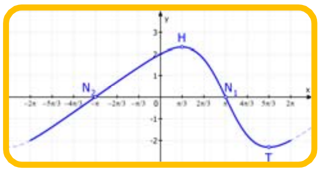
$\boxed{12}$, $\boxed{13}$ **Tangente vom Ursprung an K.**

47029 $f(x)=\dfrac{4\cdot\cos\left(\frac{1}{2}x\right)}{2-\sin\left(\frac{1}{2}x\right)}$

$\boxed{1}$ Definitionsbereich bestimmen. Nullstellen.

$\boxed{2}$ Die 1. Ableitungen berechnen.

$\boxed{3}$ Die 2. Ableitungen berechnen.



$\boxed{4}$ Extrempunkte berechnen. Zeichnung.

$\boxed{5}$, $\boxed{6}$ Punktsymmetrie nachweisen.

$\boxed{7}$, $\boxed{8}$ Zwei Fläche mit Integral und Substitution berechnen.

Teilverhältnis?

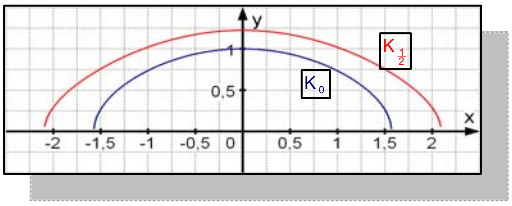
47030 $f_t(x)=\sqrt{t+\cos(x)}$

$\boxed{1}$ Definitionsbereich und Wertmenge von K_0 und $K_{1/2}$ bestimmen.

$\boxed{2}$ Symmetrieverhalten

$\boxed{3}$ Nullstellen von K_0 und $K_{1/2}$ bestimmen.

$\boxed{4}$ $f_t{}'(x)$



$\boxed{5}$ $f_t{}''(x)$

$\boxed{6}$ Extrempunkte von K_0.

$\boxed{7}$ Extrempunkte von $K_{1/2}$.

$\boxed{8}$ Wendepunkte von K_t und Zeichnungen von K_0 , K_1, K_2 und $K_{1/2}$.

$\boxed{9}$ Ist K_0 eine Halbellipse?

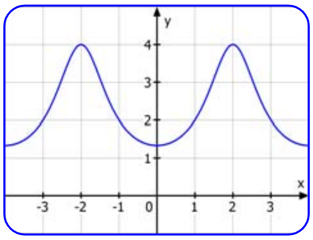
$\boxed{10}$ Senkrechte Tangenten an K_0.

47031 $f(x)=\dfrac{4}{2+\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

$\boxed{1}$ Definitionsbereich und Wertmenge von f bzw. K.

$\boxed{2}$ Einen Hochpunkt und einen Tiefpunkt ohne Ableitungen bestimmen

$\boxed{3}$ Die 1. Ableitung berechnen (doppelte Kettenregel).



$\boxed{4}$ Bestimmung der Periode von f bzw. K.

$\boxed{5}$ Näherungsparabel für den Kurvenbogen im Intervall $[-2\,;2]$

$\boxed{6}$ Maximale Abweichung der Näherungsparabel von K

(Extremwertaufgabe mit Grafikrechner lösen.)

$\boxed{7}$ Abbildungsgleichung für die Spiegelung an a: $y=\frac{4}{3}$ aufstellen, indem man zwei Verschiebungen und die Spiegelung an der x-Achse verkettet.

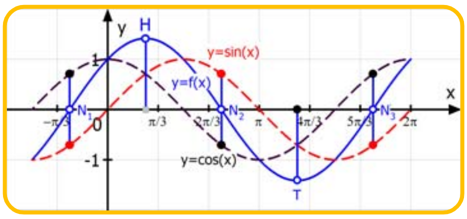
$\boxed{8}$ Spiegelung von K an der Achse a.

$\boxed{9}$ Hat K_0 senkrechte Tangenten am Rande des Definitionsbereichs? Begründung.

47032 $f(x)=\sin(x)+\cos(x)$ bzw. $f(x)=\sqrt{2}\cdot\sin\left(x+\frac{1}{4}\pi\right)$

$\boxed{1}$ Umrechnung von $f(x)=\sin(x)+\cos(x)$ in die Form $f(x)=a\cdot\sin(x+u)$.

$\boxed{2}$ Schnittpunkte mit der x-Achse.



$\boxed{3}$ bis $\boxed{6}$ Ableitungen, Extrempunkte.

$\boxed{7}$ Wendepunkte.

$\boxed{8}$ Schaubild von f zeichnen.

$\boxed{9}$ Schnittpunkte von $y=\sin(x)$ und $y=\cos(x)$.

Lösung von $\tan(x)=1$

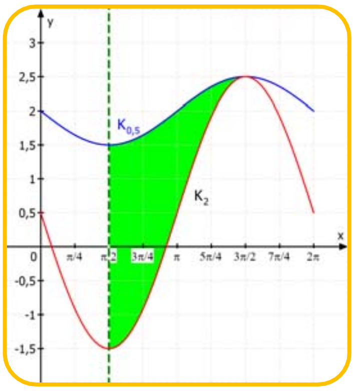
$\boxed{10}$ Fläche zwischen der Sinuskurve und der Kosinuskurve.

$\boxed{11}$ Welche Parallele zur y-Achse schneide aus dieser Fläche ein Strecke SC maximaler Länge aus?

$\boxed{12}$ Zeige, dass die Tangenten in den Endpunkten dieser Strecke parallel sind.

47033 Gegeben ist die Funktionenschar f_a durch $f_a(x) = \frac{1}{a} - a \cdot \sin(x)$

mit a > 0 und $0 < x \leq 2\pi$



1 Zeichne $K_{1/2}$ und K_2.

2 K_2 und $K_{1/2}$ und die Gerade $x = \frac{1}{2}\pi$ begrenzen eine Fläche.

Berechne ihren Inhalt A.

3 Die Gerade mit der Gleichung x = u mir $0 < u < \frac{3}{2}\pi$

schneidet K_2 im Punkt P und $K_{1/2}$ in Q.
Zeige, dass der maximalen Wert, den der Inhalt der

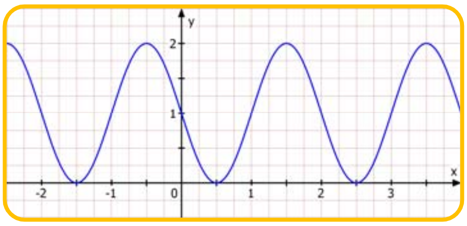
Dreiecksfläche PQR mit $R(0\,|\,1)$ annehmen kann $u_{max} \approx \frac{3}{4}\pi$ ist.

Auf die Hinreichende Bedingung: kann verzichtet werden.

4 Bestimme die Koordinaten des Hochpunktes und des Tiefpunktes von K_a.

5 Für welche Werte von a verläuft K_a oberhalb der x-Achse?

47034 $f_t(x) = t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + t - 2$ mit $-3 \leq x \leq 7$ und $t \in \mathbb{R}^+$



1 Erkläre, mit welcher Folge von Abbildungen die

dargestellte Kurve aus $y = \sin(x)$ entsteht.

Welche Gleichung hat daher die Kurve?

Für jedes $t \in \mathbb{R}^+$ ist eine Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + t - 2$ mit $-3 \leq x \leq 7$.
Das zugehörige Schaubild ist K_t

2 Zeichne K_1 und K_2 in ein Achsenkreuz. (x-Achse LE 1 cm, y-Achse LE 2 cm)

3 K_1 und K_2 haben die gemeinsamen Punkte P und R.
Der Hochpunkt von K_1 heißt Q, der Hochpunkt von K_2 heißt S.

Vergleiche den Flächeninhalt des Vierecks PQRS mit dem Inhalt der von K_1 und K_2 eingeschlossenen Fläche.

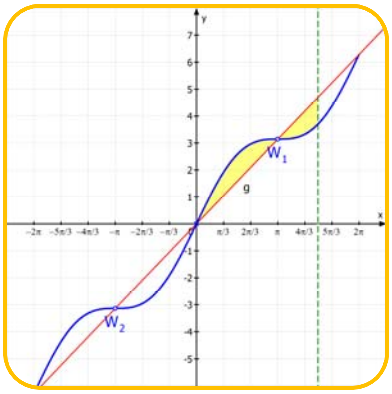
4 K_2 soll für $-3 \leq x \leq 7$ durch das Schaubild G einer ganzrationalen Funktion h 4. Grades angenähert werden. G und K_2 sollen dieselben Tiefpunkte haben,
G verläuft durch den Hochpunkt von K_2. Bestimme h(x).

5 Gesucht ist die Gerade g_t, die K_t auf der y-Achse berührt.

6 Berechne die exakten Koordinaten des gemeinsamen Punktes aller Geraden g_t.

47035 Gegeben ist $f_t(x) = tx + t \cdot \sin(tx)$ mit $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ für $x \in \left] -\frac{2\pi}{t} ; \frac{2\pi}{t} \right[$.^^

K_t ist das Schaubild von f_t.



1 Berechne drei Ableitungen von f_1.

2 Untersuche K_1 auf Symmetrie.

3 Bestimme die Extrempunkte von K_1.

4 Bestimme die Wendepunkte von K_1.

5 Zeichne K_1 mit LE 1 cm.

6 K_1, die erste Winkelhalbierende und die Gerade $x = \frac{3}{2}\pi$ begrenzen im 1. Quadranten eine aus zwei Teilen bestehende Fläche. Berechne ihren Inhalt.

7 Für welche t besitzt K_t Punkte mit waagrechter Tangente?

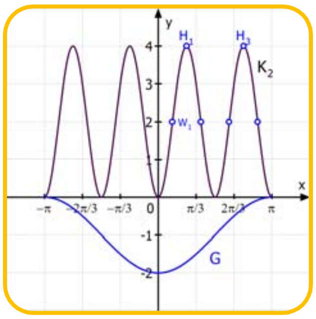
8 Bestimme die Wendepunkte von K_t und die Gleichungen der zugehörenden Wendetangenten bilden ein Dreieck.

9 Es sei nun $t \geq 1$. Die Geraden g $y = tx$ und h: $y = (t - t^2)x + \pi \cdot t$ und die y-Achse bilden ein Dreieck. Zeige, dass dieses Dreieck durch die Tangente in O an K_t in einem von t unabhängigen Verhältnis geteilt wird.

47036 Gegeben ist $f_t(x) = t - t \cdot \cos(2tx)$ für jedes $t \in \mathbb{N}$ mit $x \in [-\pi ; \pi]$.

Ihr Schaubild ist K_t. Gegeben ist auch die Funktion g durch $g(x) = -1 - \cos(x)$ mit $x \in [-\pi ; \pi]$. Ihr Schaubild ist G.

1 Untersuche K_2 auf Symmetrie und gemeinsame Punkte mit der x-Achse.



2 Berechne drei Ableitungen zu f_t.

3 Berechne die Extrempunkte von K_2.

4 Berechne die Wendepunkte von K_2.

5 Zeichne K_2 mit LE 1 cm

6 Für welches t besitzt K_t an d er Stelle $\frac{1}{4}\pi$ einen Tiefpunkt?

7 Zeichne G in das Koordinatensystem von 5 ein,

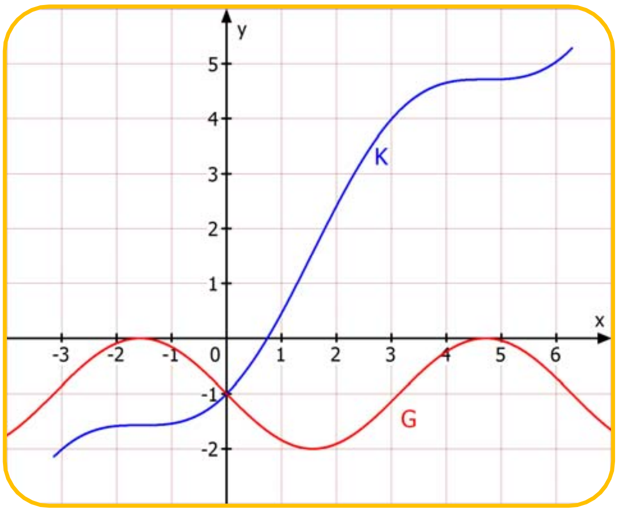
8 Bestimme die Wertmengen von f_t und von g.

9 Zeige: Gemeinsame Punkte von K_2 und G können nur auf der x-Achse liegen.
Bestimme die Abszisse dieser gemeinsamen Punkte.

10 Berechne den Inhalt der Fläche, die K_2 und G einschließen.

47037 Gegeben sind die Funktion f durch $f(x) = x - \cos(x)$ mit $x \in [-3;6]$
und g durch $g(x) = -1 - \sin(x)$ mit $x \in [-3;6]$.

Die Schaubilder sind K und G.



$\boxed{1}$ Untersuche K auf Extrempunkte und Wendepunkte.

$\boxed{2}$ Berechne die Normale und die Tangente im Punkt $W\left(\frac{\pi}{2} \mid \frac{\pi}{2}\right)$ an K.

$\boxed{3}$ Zeichne K und G in ein gemeinsames Achsenkreuz.

$\boxed{4}$ Zeige, dass diese Normale das Schaubild G auf der x-Achse schneidet.

$\boxed{5}$ Berechne mit einem Näherungsverfahren die Nullstelle von f auf drei Dezimalen gerundet.

$\boxed{6}$ Begründe rechnerisch, dass K und G für x > 1 keinen Schnittpunkt haben.

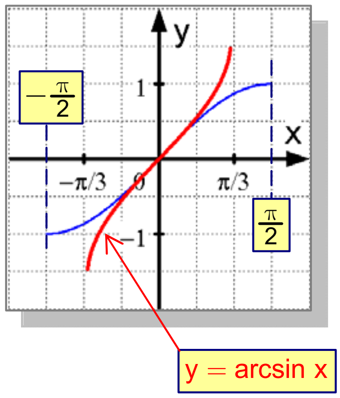
$\boxed{7}$ Diese Normale, K und G und die Gerade mit der Gleichung x = 1 begrenzen eine Fläche. Berechne deren Inhalt.

$\boxed{8}$ Die Gerade mit der Gleichung x = z mit $-3 \le z < 0$ schneidet K im Punkt P und G in Q. Für welches z wird die Länge der Strecke PQ ein Maximum?

47401 $f(x) = \arcsin(x)$

1 Wann ist eine Funktion umkehrbar?
Gib zwei Definitionsintervalle an, in denen $f(x) = \sin(x)$ umkehrbar ist und ein anderes, in dem Sinus nicht umkehrbar ist.

2 Graphische Darstellung der Umkehrfunktion zu $y = x^2$ mit $\mathbb{D} = [0;2]$
Warum werden x und y vertauscht?



3 Stelle die wichtigen Werte von Sinus und Arcsin zusammen.
Welches sind Definitionsbereich und Wertmenge?

4 Eigenschaften der Funktion arcsin.

5 Beweise die Ableitungsformel

$$f(x) = \arcsin(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

6 Abbildung und Ableitung von $h(x) = \pi - \arcsin(x)$

7 Was sagt dir der Nenner von f' mit $\sqrt{1-x^2}$?

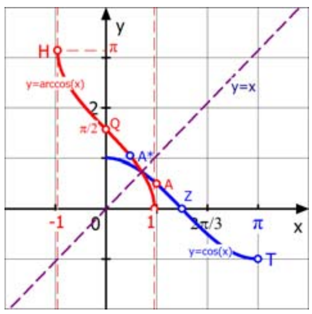
8 5 Funktionen zum Ableiten

9 Lösungen dazu.

47402 f(x) = arccos(x)

1 Umkehrung der Kosinus-Berechnung durch arccos(x) mit Beschränkung auf den Definitionsbereich $\mathbb{D}_{\cos} = [0;\pi]$

2 Wie kehrt man cos(x) um, wenn man den Definitionsbereich $[\pi; 2\pi]$ zugrunde legt?



3 Wir berechnet man arccos-Werte?

4 Punktsymmetrie

5 Beweis: $f(x) = \arccos(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

6 5 Funktionen zum Ableiten

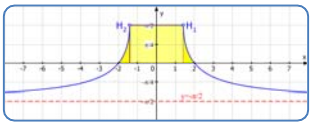
47403 $f(x)=\arcsin\left(\frac{4-x^2}{x^2}\right)$

$\boxed{1}$ a) Definitionsbereich von $f(x)=\arcsin\left(\frac{4-x^2}{x^2}\right)$

b) Symmetrieverhalten von f.

$\boxed{2}$ c) Wie verhält sich f an den Rändern von $\mathbb{D}_f$?

$\boxed{3}$ d) Monotonieverhalten von f.



$\boxed{4}$ e) Extrempunkte von K.

$\boxed{5}$, $\boxed{6}$ Die x-Achse, die Gerade $y=\frac{\pi}{2}$ und die Kurve C begrenzen eine Fläche.
Diese rotiert um die y-Achse und erzeugt einen Rotationskörper.
Berechne dessen Volumen.

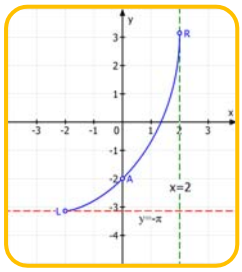
47404 $f(x)=2\cdot\arcsin\left(\frac{x}{2}\right)-\sqrt{4-x^2}$

$\boxed{1}$ a) Bestimmung des Definitionsbereichs von $f(x)=2\cdot\arcsin\left(\frac{x}{2}\right)-\sqrt{4-x^2}$

b) Bestimmung der ersten Ableitung und Vereinfachung zu $f'(x)=\frac{x+2}{\sqrt{4-x^2}}$

Waagrechte und senkrechte Tangenten an K.

$\boxed{2}$ c) Berechnung der zweiten Ableitung mit der Quotientenregel.



$\boxed{3}$ Extrempunkte mit horizontaler Tangente.

$\boxed{4}$ Extrempunkte mit vertikaler Tangente.

$\boxed{5}$ Hat K einen Wendepunkt?

$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ Berechne $\int \arcsin\left(\frac{x}{2}\right)dx$ mittels Substitution und partieller Integration.