Bruchrechnen

Bruchteile von Maßeinheiten

Schüler-Lese- und Übungstext

Verwendung von Brüchen und Dezimalzahlen

Hinweis: Es gibt einen zweiten Text zu diesem Thema
unter der Nummer 10202

Stand 10. November 2016

Datei Nr. 10203

Friedrich W. Buckel

Internetbibliothek für Schulmathematik

www.mathe-cd.schule

Vorwort

Das Hauptthema dieses Textes ist der Umgang mit **Maßzahlen und Einheiten von Größen**.

Wie kann man die Einheiten der Größe Masse (=Materialmenge), also Gramm, Kilogramm und Tonnen ineinander umrechnen? Oder bei den Angaben von Längen, Flächenmaßen und Rauminhalten?

Dazu benötigt man ein minimales Grundwissen über Bruchzahlen und Dezimalzahlen.

Daher beginnt der Text mit einer ganz einfachen Einweisung über Brüche,
dann folgen elementare Umwandlungen dieser Größenangaben.

Schwierig wird es erst, wenn man Bruchteile von Größen berechnen soll, etwa in der Art:
Wie viel Gramm sind $\frac{5}{8}$ von 200 g .

Der Leser dieses Textes wird sicher nicht den ganzen Inhalt suchen und benötigen.
Er ist eben eine Sammlung von Aufgabenstellungen, die dazugehören.

Man „blättere“ durch und suche sich die Seiten heraus, die man braucht. Viel Erfolg!

Inhalt

1 Brüche und Dezimalzahlen

Ein Bruch ist eine Form der Darstellung einer Divisionsaufgabe.

Statt $4:5$ kann man also auch $\frac{4}{5}$ schreiben.

Die Zahl über dem Bruchstrich heißt **Zähler**, die Zahl darunter heißt **Nenner.**

Das Ergebnis der Division heißt dann der **Wert des Bruches**.

Beispiele:

a) $10:5=2$ lautet in Bruchform $\frac{10}{5}=2$. Man liest das „Zehn Fünftel = 2".

Die Bedeutung des Gleichheitszeichens ist: **Der Bruch $\frac{10}{5}$ hat den Wert** 2

b) $1:4=\frac{1}{4}$ Diese Division geht nicht auf. Daher lässt man den Bruch als Ergebnis stehen.

Dezimalzahlen entstehen beim Dividieren

Wenn eine Division nicht aufgeht, entsteht ein Rest. Will man diesen nicht weiter auf**teilen**, entstehen Dezimalzahlen:

c) Umrechnung von $\frac{1}{4}$ in eine Dezimalzahl:

Hier rechnet man: 1: 4 = 0 (bzw, 4 geht in 1 0-mal.).

Dann setzt man ein Komma als Zeichen, dass nun die Zehntel kommen.

Man schreibt eine 0 hinter die 1 und rechnet: 10:4=2 Rest 8.

Hinter 8 setzt man die nächste 0 und rechnet; 20:4=5 Rest 0.

Die Division ist beendet. Das Ergebnis lautet: $\frac{1}{4}=0,25$

$$\begin{array}{l} 1{,}0:4=0{,}25 \\ \underline{10} \\ \underline{-8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

d) Man soll 7 Pizzen gleichmäßig an 4 Leute verteilen. Wie viel erhält jeder?

Diese Division sagt uns, dass jeder 1 Pizza bekommt,
und dass 3 als Rest übrig bleiben. Diese verteilen wir nun weiter:

Dazu fügt man hinter die 7 und im Ergebnis hinter die 1 das Dezimalkomma,
und hinter den Rest 3 schreibt man eine 0 (hier rot),
Jetzt dividiert man: 30 : 4 = 7 (rot) und berechnet dazu den Rest 2 (schwarz).

Nun fügt man diesem Rest wieder eine Null an (jetzt blau) und rechnet:
20 : 4 = 5 (blau). Weil jetzt kein Rest bleibt (Rest 0), ist die Division beendet.

$$\begin{array}{l} 7{,}0:4=1{,}75 \\ \underline{-4} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Ergebnis: $\frac{7}{4}=1{,}75$. **Also erhält jede Person 1,75 Pizzen.**

So kann man weitere Brüche umrechnen:

$\frac{1}{10}=0{,}1,$	$\frac{1}{100}=0{,}01,$	$\frac{1}{1000}=0{,}001,$
$\frac{1}{2}=0{,}5,$	$\frac{1}{4}=0{,}25,$	$\frac{1}{8}=0{,}125$
$\frac{3}{2}=1{,}5$	$\frac{3}{4}=0{,}75$	$\frac{3}{8}=0{,}375$
$\frac{1}{20}=0{,}05$	$\frac{1}{25}=0{,}04$	$\frac{1}{50}=0{,}02$

Ein guter Trick für solche Umrechnungen besteht darin, den ***Bruch so zu erweitern***, dass im Nenner eine Zehnerpotenz entsteht, also 10, 100, 1000 usw.

Beispiele:

a) $\frac{8}{5}=\frac{8\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{16}{10}=1{,}6$

Hier erweitert man Bruch mit 2 (das heißt, man multipliziert Zähler und Nenner mit 2), damit man den Nenner **10** erhält.

Nun heißt die Divisionsaufgabe nicht mehr 8 : 5 sondern 16 : 10. Dazu denkt man sich in 16,0 das Komma um eine Stelle nach links verschoben.

b) $\frac{17}{25}=\frac{17\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{68}{100}=0{,}68$

Hier wird mit 4 erweitert, damit man den Nenner **100** erhält, Damit geht die Division 17 : 25 über in 68:100.

Dazu denkt man sich in 68,0 das Komma um zwei Stellen nach links verschoben.

c) $\frac{13}{200}=\frac{13\cdot 5}{200\cdot 5}=\frac{65}{1000}=0{,}065$

Hier wird mit 5 erweitert, damit man den Nenner **1000** erhält, Damit geht die Division 13 : 200 über in 65:1000.

Dazu denkt man sich in 65,0 das Komma um drei Stellen nach links verschoben.

d) $\frac{31}{125}=\frac{31\cdot 8}{125\cdot 8}=\frac{248}{1000}=0{,}248$

Hier wird mit 8 erweitert, damit man den Nenner **1000** erhält, Damit geht die Division 31 : 125 über in 248:1000.

Dazu denkt man sich in 248,0 das Komma um drei Stellen nach links verschoben.

Die meisten Divisionen führen zu periodischen Dezimalzahlen. Näheres dazu kann man in Abschnitt xxx nachlesen.

2 Bruchteile von Einheiten

Für die Aufgaben dieses Textes muss man die Umrechnungen der Einheiten beherrschen.
Diese werden im Text 10200 besprochen. Eine Übersicht findet man auch im Anhang dieses Textes.

2.1 Beispiele zu Masseneinheiten

	Beispiele	Lösung:	Ergebnis:
(1)	Wie viel g sind $\frac{1}{10}$kg ?	$\frac{1}{10}$kg sind 1000 g : 10 =100 g.	$\frac{1}{10}\,\text{kg} = 100\,\text{g}$
(2)	Wie viel g sind $\frac{1}{100}$kg ?	$\frac{1}{100}$kg sind 1000 g : 100 =10 g.	$\frac{1}{100}\,\text{kg} = 10\,\text{g}$
(3)	Wie viel g sind $\frac{1}{1000}$kg ?	$\frac{1}{1000}$kg sind 1000 g : 1000 =1 g.	$\frac{1}{1000}\,\text{kg} = 1\,\text{g}$
(4)	Wie viel kg sind $\frac{1}{10}$t ?	$\frac{1}{10}$t sind 1000 kg : 10 =100 kg.	$\frac{1}{10}\,\text{t} = 100\,\text{kg}$
(5)	Wie viel g sind $\frac{1}{4}$kg ?	$\frac{1}{4}\,\text{kg} = 1000\,\text{g} : 4 = 250\,\text{g}$	
(6)		$\frac{1}{8}\,\text{g} = 1000\,\text{mg} : 8 = 125\,\text{mg}$	
(7)		$\frac{1}{5}\,\text{t} = 1000\,\text{kg} : 5 = 200\,\text{kg}$	
(8)		$\frac{1}{20}\,\text{kg} = 1000\,\text{g} : 20 = 50\,\text{g}$	

Ganz nützlich ist auch diese Übersicht:

$1\,\text{kg} = \frac{1}{1000}\,\text{t} = 0{,}001\,\text{t}$	$1\,\text{g} = \frac{1}{1000}\,\text{kg} = 0{,}001\,\text{kg}$	$1\,\text{mg} = \frac{1}{1000}\,\text{g} = 0{,}001\,\text{g}$
$10\,\text{kg} = \frac{1}{100}\,\text{t} = 0{,}01\,\text{t}$	$10\,\text{g} = \frac{1}{100}\,\text{kg} = 0{,}01\,\text{kg}$	$10\,\text{mg} = \frac{1}{100}\,\text{g} = 0{,}01\,\text{g}$
$100\,\text{kg} = \frac{1}{10}\,\text{t} = 0{,}1\,\text{t}$	$100\,\text{g} = \frac{1}{10}\,\text{kg} = 0{,}1\,\text{kg}$	$100\,\text{mg} = \frac{1}{10}\,\text{g} = 0{,}1\,\text{g}$

Zweistufige Umwandlungen

a) **Wie viel Gramm sind $\frac{3}{4}$kg ?** Mit anderen Worten: Wie viel g sind $\frac{3}{4}$ von 1000 g?
Man berechnet zuerst $\frac{1}{4}$ von 1000 g. Und dann nimmt man davon das Dreifache:

$\frac{1}{4}$ von 1000 g = 1000 g : 4 = 250 g (1. Stufe)
$\frac{3}{4}$ von 1000 g = 250 g · 3 = 750 g (2. Stufe)

Im Kopf rechnet man also dies nacheinander aus: $1000\,\text{g} \xrightarrow{:4} 250\,\text{g} \xrightarrow{\cdot 3} 750\,\text{g}$

Und so kann man die Rechnung kurz aufschreiben: $\frac{3}{4}\,\text{kg} = 3 \cdot 250\,\text{g} = 750\,\text{g}$

Es gibt auch noch diese Variante: $\frac{3}{4}\,\text{kg} = \frac{3}{\cancel{4}} \cdot \overset{250}{\cancel{1000}}\,\text{g} = 750\,\text{g}$

Oder so: $\frac{3}{4}\,\text{kg} = 0{,}75 \cdot 1000\,\text{g} = 750\,\text{g}$

b)	$\frac{5}{8}\,\text{t} = ?$	$1000\,\text{kg} \xrightarrow{:8} 125\,\text{kg} \xrightarrow{\cdot 5} 625\,\text{kg}$	$\frac{5}{8}\,\text{t} = 5 \cdot 125\,\text{kg} = 625\,\text{kg}$
c)	$\frac{7}{10}\,\text{g} = ?$	$1000\,\text{mg} \xrightarrow{:10} 100\,\text{mg} \xrightarrow{\cdot 7} 700\,\text{mg}$	$\frac{7}{10}\,\text{g} = 7 \cdot 100\,\text{mg} = 700\,\text{mg}$
d)	$\frac{3}{20}\,\text{kg} = ?$	$1000\,\text{g} \xrightarrow{:20} 50\,\text{g} \xrightarrow{\cdot 3} 150\,\text{g}$	$\frac{3}{20}\,\text{kg} = 3 \cdot 50\,\text{g} = 150\,\text{g}$

2.2 Beispiele zu Längeneinheiten

$1\,m = \frac{1}{1000}\,km = 0{,}001\,km$	$1\,cm = \frac{1}{100}\,m = 0{,}01\,m$	$1\,dm = \frac{1}{10}\,m = 0{,}1\,m$
$10\,cm = \frac{1}{10}\,m = 0{,}1\,m$	$10\,m = \frac{1}{100}\,km = 0{,}01\,km$	$100\,m = \frac{1}{10}\,km = 0{,}1\,km$
$1\,mm = \frac{1}{10}\,cm = \frac{1}{100}\,dm = \frac{1}{1000}\,m$		

So kann man vorgehen:

a) $\frac{1}{10}\,km = 1000\,m : 10 = 100\,m$

b) $\frac{1}{5}\,km = 1000\,m : 5 = 200\,m$

c) $\frac{1}{2}\,dm = 10\,cm : 2 = 5\,cm$

d) $\frac{1}{4}\,m = 100\,cm : 4 = 25\,cm$

Zweistufige Umwandlungen:

e) Wie viel m sind $\frac{4}{5}\,km = ?$ d. h. Wie viele m sind $\frac{4}{5}$ von 1000 m?

Man berechnet zuerst $\frac{1}{5}$ von 1000 m. Und dann nimmt man davon das Vierfache:

$\frac{1}{5}$ von $1000\,m = 1000\,m : 5 = 200\,m$ (1. Stufe)

$\frac{4}{5}$ von $1000\,m = 200\,m \cdot 4 = 800\,m$ (2. Stufe)

Im Kopf rechnet man also dies nacheinander aus: $1000\,m \xrightarrow{:5} 200\,m \xrightarrow{\cdot 4} 800\,m$

Und so kann man die Rechnung aufschreiben: $\frac{4}{5}\,km = 4 \cdot 200\,m = 800\,m$

Es gibt auch noch diese Variante: $\frac{4}{5}\,km = \frac{4}{5} \cdot \overset{200}{\cancel{1000}}\,m = 800\,m$

Oder so: $\frac{4}{5}\,km = 0{,}8 \cdot 1000\,m = 800\,m$

Beispiele:		Pfeildiagramm:	Berechnungsgleichung:
f)	$\frac{7}{8}\,m = ?$	$1000\,mm \xrightarrow{:8} 125\,mm \xrightarrow{\cdot 7} 875\,mm$	$\frac{7}{8}\,m = 7 \cdot 125\,mm = 875\,mm$
g)	$\frac{9}{125}\,km = ?$	$1000\,m \xrightarrow{:125} 8\,m \xrightarrow{\cdot 9} 72\,m$	$\frac{9}{125}\,km = 9 \cdot 8\,m = 72\,m$
h)	$\frac{17}{25}\,dm = ?$	$100\,mm \xrightarrow{:25} 4\,mm \xrightarrow{\cdot 17} 68\,mm$	$\frac{17}{25}\,dm = 17 \cdot 4\,mm = 68\,mm$